Μαθηματικά Στ΄ Δημοτικού

2ος τόμος

Κεφάλαια 16-27

Γ΄ Κ.Π.Σ. / ΕΠΕΑΕΚ II / Ενέργεια 2.2.1 / Κατηγορία Πράξεων 2.2.1.α: «Αναμόρφωση των προγραμμάτων σπουδών και συγγραφή νέων εκπαιδευτικών πακέτων»

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ

Μιχάλης Αγ. Παπαδόπουλος
Ομότιμος Καθηγητής του Α.Π.Θ
Πρόεδρος του Παιδαγωγ. Ινστιτούτου

Πράξη με τίτλο: «Συγγραφή νέων βιβλίων και παραγωγή υποστηρικτικού εκπαιδευτικού υλικού με βάση το ΔΕΠΠΣ και τα ΑΠΣ για το Δημοτικό και το Νηπιαγωγείο»

Επιστημονικός Υπεύθυνος Έργου
Γεώργιος Τύπας
Μόνιμος Πάρεδρος του Παιδ. Ινστιτ.

Αναπληρωτής Επιστημ. Υπεύθ. Έργου
Γεώργιος Οικονόμου
Μόνιμος Πάρεδρος του Παιδ. Ινστιτ.

Έργο συγχρηματοδοτούμενο 75% από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο και 25% από εθνικούς πόρους.

ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ

Όλγα Κασώτη, Εκπαιδευτικός
Πέτρος Κλιάπης, Εκπαιδευτικός
Θωμάς Οικονόμου, Εκπαιδευτικός

ΚΡΙΤΕΣ – ΑΞΙΟΛΟΓΗΤΕΣ

Δέσποινα Πόταρη, Καθηγήτρια του Πανεπιστημίου Πατρών
Δέσποινα Αγγελοπούλου, Σχολική Σύμβουλος
Κωνσταντίνος Βρυώνης, Εκπαιδευτικός

ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΣΗ

Ανδρέας Κατσαούνης, Σκιτσογράφος-Εικονογράφος

ΦΙΛΟΛΟΓΙΚΗ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

Ευφροσύνη Ξιξή, Φιλόλογος

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΚΑΤΑ ΤΗ ΣΥΓΓΡΑΦΗ

Γεώργιος Τύπας, Μόνιμος Πάρεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

<u>ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΤΟΥ ΥΠΟΕΡΓΟΥ</u>

Αθανάσιος Σκούρας,
Μόνιμος Πάρεδρος του
Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

<u>ΕΞΩΦΥΛΛΟ</u>

Νικόλαος Ναυρίδης,
Εικαστικός καλλιτέχνης

<u>ΠΡΟΕΚΤΥΠΩΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ</u>

ACCESS ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΤΕΧΝΕΣ Α.Ε.

Στη συγγραφή του δεύτερου μέρους (1/3) έλαβε μέρος και ο Κώστας Ζιώγας, Εκπαιδευτικός

<u>ΔΙΑΣΚΕΥΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΟΡΑΣΗΣ</u>

Ομάδα Εργασίας
Αποφ. 16158/6-11-06 και 75142/Γ6/11-7-07 ΥΠΕΠΘ

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ,
ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Πέτρος Κλιάπης Όλγα Κασώτη
Θωμάς Οικονόμου

Μαθηματικά Στ΄ Δημοτικού

2ος τόμος

Κεφάλαια 16-27

Πολλαπλάσια ενός αριθμού – Ε.Κ.Π.

Έχουμε πολλά κοινά μεταξύ μας

→ Βρίσκω πολλαπλάσια δύο ή περισσότερων αριθμών.

→ Βρίσκω τα κοινά πολλαπλάσια και εντοπίζω το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) δύο ή περισσότερων αριθμών.

→ Χρησιμοποιώ τις διαδοχικές διαιρέσεις των αριθμών για να βρω το Ε.Κ.Π.

Δραστηριότητα 1η

Συμπλήρωσε τα γινόμενα στον παρακάτω πίνακα:

·	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3											
4											
6											

- **Τι είναι για το 3 οι αριθμοί στη γραμμή του; ……………………………**
- **Υπάρχουν κοινοί αριθμοί στις τρεις γραμμές; ………… Αν ναι, κύκλωσέ τους.**
- **Τι είναι οι αριθμοί που κύκλωσες για το 3 το 4 και το 6;**

……………………………………

……………………………………

- **Ποιος είναι ο μικρότερος;**

……………………………………………

Δραστηριότητα 2η

Στο αγροτικό ιατρείο του χωριού ο παιδίατρος έρχεται ημέρα Δευτέρα κάθε 2 εβδομάδες και η οφθαλμία-

τρος την ίδια μέρα, κάθε 3 εβδομάδες. Αν κάποια Δευτέρα βρέθηκαν μαζί στο ιατρείο πότε θα βρεθούν ξανά μαζί;

- **Μετά την αρχική τους συνάντηση, σε πόσες εβδομάδες θα πάει ξανά ο παιδίατρος;**

....

- **Σε πόσες εβδομάδες θα πάει ξανά η οφθαλμίατρος;**

....

- **Αν αριθμήσουμε τις εβδομάδες μετά τη συνάντηση για να σημειώσουμε τις επισκέψεις των γιατρών, συνέχισε συμπληρώνοντας τον πίνακα:**

Εβδομάδα (μετά την α' συνάντηση)	1η	2η	3η	4η	5η	6η
Παιδίατρος (επίσκεψη ανά 2 εβδομάδες)	–	✓				
Οφθαλμίατρος (επίσκεψη ανά 2 εβδομάδες)	–	–				

- **Ποιος είναι ο αριθμός που αντιστοιχεί στην εβδομάδα που ψάχνουμε;** …………………………
- **Μπορείς να διακρίνεις από τον πίνακα ποια ιδιότητα έχει ο αριθμός της εβδομάδας κοινής επίσκεψης; Εξήγησε:** ………………………………
………………………………………………
………………………………………………
- **Πότε θα είναι η 3η κοινή συνάντηση;** ……………………………………

Οι προηγούμενες δραστηριότητες μας βοηθούν να συμπεράνουμε:

Πολλαπλάσια φυσικού αριθμού, Ε.Κ.Π. δύο ή περισσότερων αριθμών

Πολλαπλάσιο ενός φυσικού αριθμού λέγεται ο αριθμός που προκύπτει, όταν τον πολλαπλασιάσουμε με έναν άλλο φυσικό αριθμό.
Κάθε φυσικός αριθμός έχει άπειρα πολλαπλάσια.
Κοινά πολλαπλάσια δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών λέγονται οι αριθμοί που είναι πολλαπλάσια όλων αυτών των φυσικών αριθμών.

Παράδειγμα

Πολλαπλάσια του 4 είναι οι αριθ-μοί:
0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, ..., άπειρο
Πολλαπλάσια του 6 είναι οι αριθμοί:
0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, ..., άπειρο
Κοινά πολλαπλάσια του 4 και του 6 (εκτός από το 0) είναι οι αριθμοί 12, 24, 36, ...

Το μικρότερο από τα κοινά πολλα-πλάσια, εκτός από το 0, λέγεται Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.).

Παράδειγμα

Το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο του 4 και του 6 είναι το 12.

Για να βρούμε το Ε.Κ.Π. δύο ή περισσότερων αριθμών εξετάζουμε

τον μεγαλύτερο από αυτούς. Αν αυτός δεν είναι το Ε.Κ.Π. τους, τον διπλασιάζουμε, τριπλασιάζουμε κ.λπ., ώσπου να βρούμε το πολλαπλάσιό του που είναι πολλαπλάσιο και των άλλων αριθμών.

Ένας άλλος τρόπος είναι να τους αναλύσουμε ταυτόχρονα σε γινόμενο πρώτων παραγόντων με τη μέθοδο των διαδοχικών διαιρέσεων. Το Ε.Κ.Π. τους είναι το γινόμενο όλων των πρώτων παραγόντων. Ο τρόπος αυτός φαίνεται αναλυτικά παρακάτω (στην 1η εφαρμογή).

Εφαρμογή 1η

Βρίσκω το Ε.Κ.Π. των αριθμών 30, 36 και 45 με διαδοχικές διαιρέσεις.

Λύση

α. Εξετάζουμε, σύμφωνα με τα κριτήρια διαιρετότητας, ποιος είναι ο μικρότερος πρώτος αριθμός ο οποίος διαιρεί τουλάχιστον τον έναν από τους τρεις αριθμούς. Είναι ο αριθμός 2, ο οποίος διαιρεί το 30 και το 36. Διαιρούμε αυτούς τους αριθμούς, γράφουμε τα πηλίκα τους από κάτω και γράφουμε το 45 όπως είναι.

30	36	45	2
15	18	45	2
15	9	45	3
5	3	15	3
5	1	5	5
1		1	

β. Συνεχίζουμε την ίδια διαδικασία, αναζητώντας πάντα το μικρότερο πρώτο αριθμό που να διαιρεί τουλάχιστον τον έναν αριθμό. Όσους δεν διαιρούνται τους ξαναγράφουμε από κάτω, μέχρι να γίνουν όλα τα πηλίκα ίσα με το 1.

Απάντηση: Το Ε.Κ.Π. των αριθμών 30, 36 και 45 είναι το
2 • 2 • 3 • 3 • 5 = ...

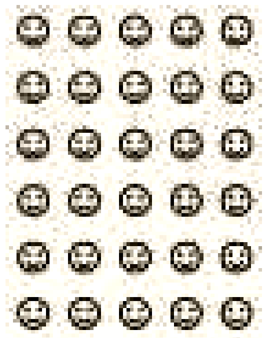
Εφαρμογή 2η

Οι μαθητές μιας τάξης χωρίζονται σε ομάδες των 5 ή των 6 παιδιών χωρίς να περισσεύει κανένας. Πόσοι μπορεί να είναι;

Λύση

Ο αριθμός των μαθητών πρέπει να είναι κοινό πολλαπλάσιο του 5 και του 6. Για να βρω το Ε.Κ.Π. του 5 και του 6, σκέφτομαι τα πολλαπλάσια του 6 μέχρι να βρω το πρώτο κοινό τους πολλαπλάσιο:
0, 6, 12, 18, 24, 30.

(Υπάρχουν πολλά κοινά πολλαπλάσια, αλλά οι μαθητές δεν μπορεί να είναι περισσότεροι από 30.)



Απάντηση: Οι μαθητές είναι 30.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

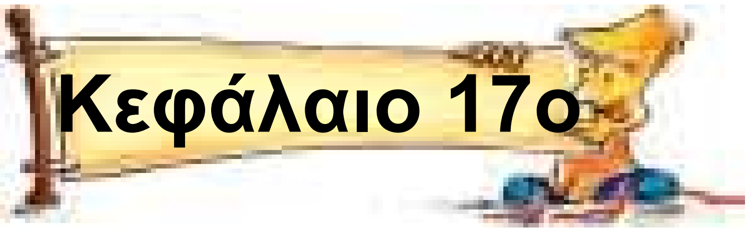
Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **πολλαπλάσιο** και **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.)**.
Εξήγησε τον καθένα με δικά σου παραδείγματα.

Σημειώστε **Σ** αν είναι σωστές ή **Λ** αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

→ Οι αριθμοί 0, 9, 18, 27 και 36 είναι κοινά πολλαπλάσια του 3 και του 9. ☐

→ **Το Ε.Κ.Π. (4, 40) είναι το 40.** ☐

→ **Το Ε.Κ.Π. δύο αριθμών μπορεί να είναι αριθμός μικρότερος από τους δύο.** ☐



Δυνάμεις

Πολλοί μαζί είμαστε πιο δυνατοί

➝ Γνωρίζω την έννοια και τον συμβολισμό της δύναμης ενός αριθμού.

➝ Διαβάζω και γράφω δυνάμεις.

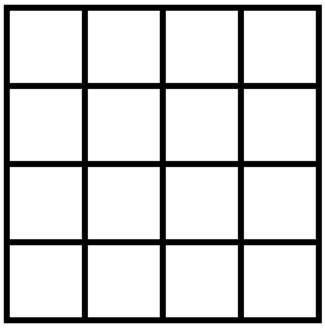
➝ Γράφω το γινόμενο ίδιων παραγόντων με δύναμη και αντίστροφα.

➝ Υπολογίζω τις δυνάμεις ενός αριθμού.

Δραστηριότητα 1η

Ξέρουμε ότι ο πολλαπλασιασμός είναι μια σύντομη πρόσθεση με ίδιους προσθετέους.

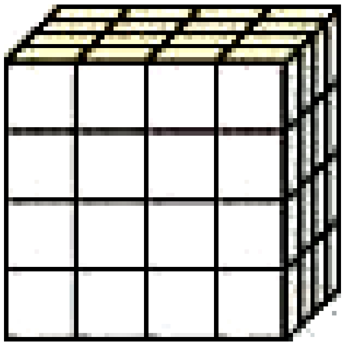
- **Υπολόγισε με σύντομο τρόπο πόσα μικρά τετράγωνα υπάρχουν στο διπλανό σχήμα.**



- **Γράψε την πράξη που έκανες:**

……………………………………………

- **Υπολόγισε το πλήθος των μικρών κύβων στην διπλανή κατασκευή:**



- **Τι παρατηρείς για τους παράγοντες σε καθεμία από τις προηγούμενες ισότητες;**

Δραστηριότητα 2η

Από τα αρχαία ακόμη χρόνια οι άνθρωποι έδωσαν ιδιαίτερη προσοχή στους πολλαπλασιασμούς στους οποίους όλοι οι παράγοντες ήταν ίδιοι. Στον Πάπυρο του Αχμές (αρχαίο μαθηματικό αιγυπτιακό

χειρόγραφο που ο Ριντ μετέφερε στη Βρετανία) διαβάζουμε το παρακάτω πρόβλημα:

Υπάρχουν εφτά σπίτια. Σε κάθε σπίτι ζουν εφτά γάτες. Κάθε γάτα έφαγε εφτά ποντίκια. Κάθε ποντίκι, αν ζούσε, θα έχει φάει εφτά στάχυα. Κάθε στάχυ που φυτεύεται παράγει εφτά κούπες σιτάρι. Πόσο περισσότερες κούπες σιτάρι θα παραχθούν χάρη στις γάτες κατά την επόμενη σοδειά;

- **Γράψτε τη διαδικασία που θα ακολουθήσετε για να λύσετε το «πρόβλημα»:**

…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

- Πιστεύετε ότι οι αρχαίοι Αιγύπτιοι δάσκαλοι έβαλαν το πρόβλημα αυτό μόνο για να βρεθεί η ποσότητα του σιταριού;

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

Πολλές φορές συναντάμε γινόμενα στα οποία όλοι οι παράγοντες είναι ίσοι. Αυτά τα γινόμενα είναι δυνατό να εκφραστούν με πιο σύντομο τρόπο.

Δύναμη φυσικού αριθμού

Ένα γινόμενο με ίδιους παράγοντες μπορεί να γραφεί ως **δύναμη**.
Η δύναμη αποτελείται από δύο αριθμούς: τη **βάση** που είναι ο αριθμός που χρησιμοποιείται ως παράγοντας στο γινόμενο και τον

εκθέτη που δείχνει πόσες φορές ο αριθμός της βάσης χρησιμοποιείται ως παράγοντας.

Παράδειγμα

Παράγοντες γινομένου – δύναμη

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$$

2^5

2: βάση

5: εκθέτης

Ο εκθέτης γράφεται με μικρότερο μέγεθος, πάνω και δεξιά από τη βάση. Για παράδειγμα, η δύναμη με βάση το 2 και εκθέτη το 5 γράφεται 2^5 και διαβάζεται: 2 στην πέμπτη (δύναμη).

Η δύναμη με εκθέτη το 2 διαβάζεται στη δεύτερη ή στο τετράγωνο (π.χ. 5^2: 5 στη δεύτερη ή 5 στο

τετράγωνο). Η δύναμη με εκθέτη το 3 διαβάζεται στην τρίτη ή στον κύβο (π.χ. 5^3: 5 στην τρίτη ή 5 στον κύβο).

$5^2 = 5 \cdot 5$ (είναι το εμβαδό τετραγώνου με πλευρά 5)
$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$ (είναι ο όγκος κύβου με ακμή 5)

Εφαρμογή 1η

Να βρείτε το γινόμενο πρώτων παραγόντων του αριθμού 243. Μπορείτε να γράψετε το γινόμενο αυτό με συντομότερο τρόπο;

Λύση

Εξετάζουμε, σύμφωνα με τα κριτήρια διαιρετότητας, ποιος είναι ο μικρότερος πρώτος αριθμός ο οποίος διαιρεί τον αριθμό 243.

Βρίσκουμε ότι είναι ο αριθμός 3 και αρχίζουμε τη διαδικασία παραγοντοποίησης.

Ολοκληρώνοντας τη διαδικασία, βρίσκουμε το γινόμενο πρώτων παραγόντων 243 = 3 • 3 • 3 • 3 • 3.

243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

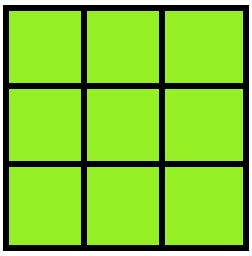
Διαπιστώνουμε ότι είναι ένα γινόμενο που αποτελείται από ίδιους παράγοντες. Άρα μπορεί να εκφραστεί με δύναμη.

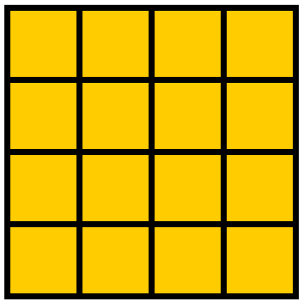
Απάντηση: Ο αριθμός 243 ως γινόμενο πρώτων παραγόντων είναι: 3 • 3 • 3 • 3 • 3 και με συντομότερο τρόπο είναι: 3^5

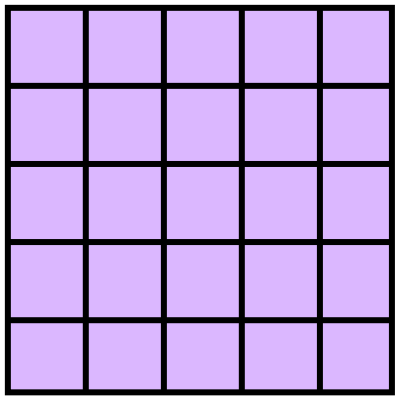
Εφαρμογή 2η

Να γράψετε το γινόμενο για τον υπολογισμό του εμβαδού για

καθένα από τα παρακάτω τετράγωνα με τη μορφή δύναμης και να το υπολογίσετε.







Λύση – Απάντηση:

α) $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$ τ.εκ.,

β) $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$ τ.εκ.,

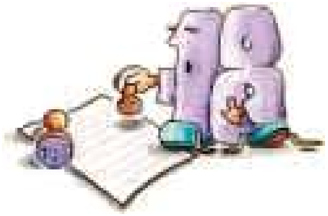
γ) $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$ τ.εκ.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **δύναμη ενός αριθμού**, **βάση** και **εκθέτης**. Εξήγησέ τους με δικά σου παραδείγματα.

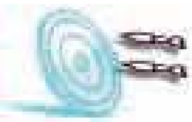
Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- **Η ισότητα $6^3 = 6 \cdot 3$ είναι σωστή.** ☐
- **Η ισότητα $4^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ είναι σωστή.** ☐
- **Η ισότητα $4^2 = 16$ είναι σωστή.** ☐



Δυνάμεις του 10

Συσκευασία: «Δέκα σε ένα»



→ Γνωρίζω τις δυνάμεις του 10.

→ Γράφω τους μεγάλους αριθμούς χρησιμοποιώντας τις δυνάμεις του 10.

Δραστηριότητα 1η

Όπως ξέρουμε, τον πολλαπλασιασμό ενός αριθμού με τον εαυτό του, μπορούμε να τον εκφράσουμε και με τη μορφή δύναμης.

• Να εκφράσεις το γινόμενο 10 · 10 με δύναμη και να το υπολογίσεις.

……………………………………………

• Έχοντας εκφράσει την εκατοντάδα με δύναμη, πώς μπορούμε να εκφράσουμε γρήγορα τις 2, 3, 4, εκατοντάδες;

....

• Να εκφράσεις το 1000 με δύναμη του 10. ....

• Πώς μπορούμε τώρα να εκφράσουμε τις 2, 3, 4, ... χιλιάδες με δύναμη; ....

....

• Συμπλήρωσε τον πίνακα με τις δυνάμεις του 10.

10^2	10^3	10^4	10^5
$10 \cdot 10$			
100			

• Βρες τον κανόνα για να υπολογίζεις από τη δύναμη το γινόμενο, χωρίς να κάνεις τους πολλαπλασιασμούς.

Δραστηριότητα 2η

Ο Άρης είναι περίπου 1.000.000.000.000 μέτρα μακριά από τη Γη! Ο αριθμός αυτός μας δίνει την «εντύπωση» μιας μεγάλης απόστασης, αλλά σε σχέση με τι; Το σχολείο απέχει 100 μέτρα από το σπίτι! Αν μας έλεγαν ότι το μήκος του γαλαξία μας είναι 1.000.000.000.000.000.000.000 μέτρα, ξαφνικά ο Άρης θα έμοιαζε σαν ένας πολύ κοντινός γείτονας (που, για τις αστρονομικές αποστάσεις, είναι πραγματικά)!

Διαβάζοντας το παραπάνω κείμενο, παρατηρούμε ότι η απεικόνιση, η σύγκριση, ακόμα και η ανάγνωση τεράστιων αριθμών είναι δύσκολη υπόθεση. Για να μπορούμε να τους διαβάζουμε πιο εύκολα, να βλέπουμε με μια ματιά τη «μεγαλοσύνη»

τους και να κάνουμε πράξεις με αυτούς, τους εκφράζουμε με τις δυνάμεις του 10. Έτσι:

Το μήκος του γαλαξία μας είναι: ……… **μέτρα.**

Η απόσταση από τη Γη ως τον Άρη είναι: ……… **μέτρα.**

Το σπίτι απέχει από το σχολείο: ……… **μέτρα.**

Οι δυνάμεις του 10 μας επιτρέπουν να εκφράσουμε τη σύγκριση μεγεθών, που διαφορετικά θα ήταν δύσκολο να συγκριθούν.

- **Μπορείτε τώρα να απαντήσετε, συγκρίνοντας τους αριθμούς ως δυνάμεις του 10, στην ερώτηση: «Πόσες φορές μεγαλύτερο είναι το μήκος του γαλαξία μας από την απόσταση Γη - Άρη;».**

…………………………………………

Από τις προηγούμενες δραστηριότητες συμπεραίνουμε ότι, χρησιμοποιώντας τις δυνάμεις του 10, μπορούμε να γράψουμε με σύντομο τρόπο πολύ μεγάλους αριθμούς.

Δυνάμεις του 10

Κάθε δύναμη του 10 είναι ίση με τον αριθμό που σχηματίζεται από το ψηφίο 1 και τόσα μηδενικά όσες μονάδες έχει ο εκθέτης.
Μπορούμε να γράψουμε τους αριθμούς 10, 100, 1000, ...ως δυνάμεις με βάση το 10 βάζοντας ως εκθέτη τον αριθμό που δείχνει πόσα μηδενικά έχουν.

Παράδειγμα

$10^2 = 100$

$1.000 = 10^3$

$10^4 = 10.000$

$1.000.000 = 10^6$

Για να γράψουμε έναν πολυψήφιο αριθμό, με τη βοήθεια των δυνάμεων του 10 κάνουμε τα εξής:

α. Τον μετατρέπουμε σε γινόμενο με το 10, 100, 1000, ... ανάλογα με τον αριθμό των 0 που υπάρχουν στον αριθμό.

β. Μετατρέπουμε το 10, 100, 1000, ... σε δύναμη του 10

γ. Ο πολυψήφιος αριθμός έχει τώρα τη μορφή γινομένου του οποίου ο δεύτερος παράγοντας είναι δύναμη του 10.

Παράδειγμα

Οι αστροφυσικοί έχουν ανακαλύψει στο διάστημα περίπου 500.000.000 γαλαξίες.

α. Αυτό γράφεται και ως:

$5 \cdot 100.000.000$

β. $100.000.000 = 10^8$

γ. $500.000.000 = 5 \cdot 10^8$

Εφαρμογή 1η

Οι επιστήμονες υπολογίζουν ότι, όταν το βακτήριο της φυματίωσης προσβάλλει έναν ανθρωπο, εφ' όσον οι συνθήκες είναι ικανοποιητικές, μέσα σε 12 ώρες δημιουργείται συγκέντρωση 1.500.000 ατόμων στον οργανισμό. Πόσα άτομα βακτηρίου θα υπάρχουν στον άνθρωπο, αν αρχίσει την αντιβίωση 2 μέρες, αφού προσβληθεί από το βακτήριο; Να εκφράσετε τον αριθμό με τη βοήθεια των δυνάμεων του 10.

Λύση:

Ξέρουμε ότι 2 μέρες είναι 4 δωδεκάωρα. Αφού ο ιός πολλαπλασιάζεται περίπου κατά

1.500.000.000 μονάδες κάθε 12 ώρες, έπειτα από 2 μέρες θα υπάρχουν 1.500.000.000 · 4 = 6.000.000.000 μονάδες. Μετατρέπουμε τον αριθμό στο γινόμενο 6 · 10.000.000.000 Μετατρέπουμε το 10.000.000.000 στη δύναμη $10^{...}$. Ο αριθμός γράφεται τώρα $6 \cdot 10^{...}$.

Απάντηση: Σε 2 μέρες θα υπάρχουν περίπου $6 \cdot 10^{...}$ μονάδες του ιού.

Εφαρμογή 2η

Ο πληθυσμός της Γης είναι περίπου $7 \cdot 10^9$ άνθρωποι. Γράψε τον αριθμό αυτό στην κανονική μορφή.

Λύση

Η δύναμη 10^9 είναι ίση με το 1.000.000.000.
Άρα το γινόμενο $7 \cdot 10^9$ =
$7 \cdot 1.000.000.000 = 7.000.000.000$.

Απάντηση: Ο πληθυσμός της Γης είναι περίπου 7.000.000.000 άνθρωποι.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

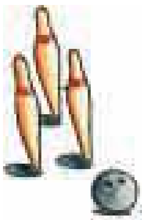
Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **δυνάμεις του 10** και **έκφραση αριθμού με δύναμη του 10**.
Εξήγησέ τους με δικά σου παραδείγματα.

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- **Σε μια δύναμη του 10 εκθέτης είναι πάντα το 10.** ☐
- **Οι αριθμοί εκφράζονται με δύναμη του 10 μόνο για μεγάλες αποστάσεις.** ☐
- **Η ισότητα $10^1 = 10$ είναι σωστή.** ☐

Κλάσματα ομώνυμα και ετερώνυμα

Τι πλάσμα είναι αυτό το... κλάσμα;



→ Μελετώ την έννοια του κλάσματος ως μέρος του όλου.

→ Συγκρίνω το κλάσμα με την ακέραιη μονάδα.

→ Διαπιστώνω ότι υπάρχουν κάποια κλάσματα που μετατρέπονται σε μεικτούς αριθμούς και μαθαίνω πώς να μετατρέπω έναν αριθμό από τη μια μορφή στην άλλη.

Μια μεγάλη επινόηση του ανθρώπου στην αριθμητική ήταν ένας νέος αριθμός, το κλάσμα. Το χρησιμοποιούμε συχνά στην καθημερινή μας ζωή για να δηλώσουμε το μέρος ενός πράγματος.

Εκφράστε με κλάσμα:

α) 2 ημέρες ενός έτους ……,

β) 1 λεπτό της ώρας……,

γ) 1 λεπτό του ΕΥΡΩ ……,

δ) 6 ώρες της ημέρας ……,

ε) 15 γραμμάρια του κιλού …….

Δραστηριότητα 1η

Οι φίλοι μου κι εγώ λατρεύουμε την πίτσα. Αυτό είναι πολύ καλό, γιατί ξέρουμε πάντα τι φαγητό να παραγγείλουμε. Υπάρχει όμως ένα μικρό πρόβλημα. Θέλουμε να είμαστε δίκαιοι και να μοιραζόμαστε τις πίτσες εξίσου, ωστόσο δεν ξέρουμε πάντα πώς να το κάνουμε!

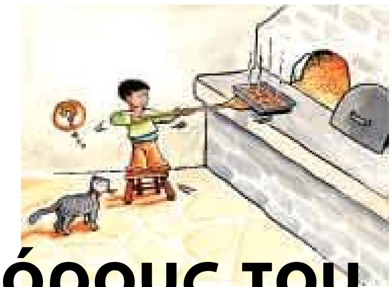
Μπορείτε να μας βοηθήσετε με τα κλάσματα;

- **Αν είχαμε μια πίτσα για 2 άτομα, πόσο μέρος πίτσας θα έτρωγε ο καθένας; ……**
- **Αν ήμασταν 3 άτομα, πόσο μέρος πίτσας θα έτρωγε ο καθένας; ……**
- **Αν εμείς οι 3 φίλοι είμαστε πολύ πεινασμένοι και παραγγείλουμε δύο πίτσες, πόσο μέρος πίτσας θα φάει ο καθένας συνολικά; ……**

Δραστηριότητα 2η

Χρειάζεται $\frac{1}{4}$ της ώρας για να ψηθεί μία πίτσα στο φούρνο μας.

- **Αν ψήνουμε τη μια πίτσα μετά την άλλη και ψήσουμε 4 πίτσες, πόσα τέταρτα της ώρας θα χρειαστούμε;**



- **Γράψε την απάντησή σου με κλάσμα: ......**
- **Τι παρατηρείς για τους όρους του κλάσματος;** ....
- **Γράψε τώρα το χρόνο ψησίματος σε ώρες:** ....
- **Αν έχουμε να ψήσουμε 5 πίτσες, πόσα τέταρτα της ώρας θα χρειαστούμε;** ....
- **Γράψε την απάντησή σου με κλάσμα:** ....
- **Τι παρατηρείς για τους όρους αυτού του κλάσματος;** ....
- **Γράψε τώρα το χρόνο ψησίματος σε ώρες:** ....

Οι προηγούμενες δραστηριότητες μας βοηθούν να συμπεράνουμε:

Κλάσμα

Ο αριθμός που δηλώνει το μέρος ενός «όλου» ονομάζεται κλάσμα. Το κλάσμα σχηματίζεται από δύο φυσικούς αριθμούς, τον αριθμητή και τον παρονομαστή, που χωρίζονται μεταξύ τους από την κλασματική γραμμή με τη μορφή:

$$\frac{\text{αριθμητής}}{\text{παρονομαστής}}$$

Το κλάσμα με αριθμητή το 1 λέγεται κλασματική μονάδα.

Παράδειγμα

Τα $\frac{3}{5}$ είναι το κλάσμα που δηλώνει το σκιασμένο μέρος του ορθογωνίου.

Όταν ο αριθμητής ενός κλάσματος είναι μικρότερος από τον παρονομαστή, το κλάσμα είναι μικρότερο από το 1.

Παράδειγμα

$$\frac{3}{4} < 1 \text{ και } \frac{10}{12} < 1$$

Όταν ο αριθμητής ενός κλάσματος είναι ίσος με τον παρονομαστή, το κλάσμα είναι ίσο με το 1.

Παράδειγμα

$$\frac{4}{4} = 1 \text{ και } \frac{12}{12} = 1$$

Όταν ο αριθμητής ενός κλάσματος είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή, το κλάσμα είναι μεγαλύτερο από το 1.

Στην περίπτωση αυτή μπορούμε να

χωρίσουμε τις ακέραιες μονάδες και να μετατρέψουμε το κλάσμα σε μεικτό αριθμό.

Παράδειγμα

$\frac{5}{4} > 1$ και $\frac{17}{12} > 1$

$\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ και $\frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$

Εφαρμογή 1η

Σε ένα πάρτι υπάρχει γλυκό μηλόπιτα σε ταψιά. Κάθε μερίδα γλυκού είναι το $\frac{1}{12}$ του ταψιού. Η μηλόπιτα προσφέρθηκε σε 31 άτομα. Πόσα ταψιά μηλόπιτας καταναλώθηκαν;

Λύση

Ξέρουμε ότι οι μερίδες που έφαγαν

όλοι είναι 31 (αν ο καθένας έφαγε μόνο μία μερίδα). Αφού η μία μερίδα είναι το $\frac{1}{12}$ του ταψιού, τότε οι μερίδες που καταναλώθηκαν είναι τα $\frac{31}{12}$. Αφού το ένα ταψί είναι $\frac{12}{12}$, τα $\frac{31}{12}$ είναι $\frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{7}{12}$, δηλαδή $2\frac{7}{12}$.

Απάντηση: **Καταναλώθηκαν $2\frac{7}{12}$ ταψιά μηλόπιτας.**

Εφαρμογή 2η

Να μετατρέψετε το μεικτό αριθμό $5\frac{5}{6}$ σε κλάσμα.

Λύση

Το κλάσμα που υπάρχει στο μεικτό αριθμό δηλώνει ότι κάθε ακέραιη

μονάδα έχει χωριστεί σε έκτα, είναι δηλαδή ίση με $\frac{6}{6}$.

Άρα ο αριθμός $5\frac{5}{6}$ μπορεί να

γραφεί

$$\frac{6}{6}+\frac{6}{6}+\frac{6}{6}+\frac{6}{6}+\frac{6}{6}+\frac{5}{6}=\frac{35}{6}$$

ή αλλιώς $\frac{\qquad}{\qquad}+\frac{5}{6}=\frac{35}{6}$.

Απάντηση: Ο μεικτός αριθμός $5\frac{5}{6}$ μετατρέπεται στο κλάσμα $\frac{35}{6}$.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **κλάσμα, αριθμητής, παρονομαστής, κλασματική**

μονάδα, κλάσμα μικρότερο, ίσο ή μεγαλύτερο από το 1 και **μεικτός αριθμός**. Εξήγησε καθέναν από τους όρους αυτούς με ένα παράδειγμα.

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- ➜ Το κλάσμα εκφράζει το μέρος ενός όλου που έχει χωριστεί σε ίσα μέρη. ☐
- ➜ Ο αριθμητής δεν μπορεί ποτέ να είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή. ☐
- ➜ Ο μεικτός αριθμός μετατρέπεται σε κλάσμα μικρότερο απ' το 1. ☐

Κεφάλαιο 20ό

Το κλάσμα ως ακριβές πηλίκο διαίρεσης

Ποιος θα με βοηθήσει στο μοίρασμα;

→ Διαπιστώνω ότι το κλάσμα είναι το πηλίκο μιας διαίρεσης.

→ Μαθαίνω να μετατρέπω ένα κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό και αντίστροφα.

→ Σημειώνω τη θέση του κλάσματος στην αριθμογραμμή από τη δεκαδική του αξία.

Δραστηριότητα 1η

Ένας πατέρας αγόρασε ένα κουτί με σοκολάτες για να τις μοιράσει στα τρία παιδιά του.

Μπορείτε να τους βοηθήσετε με τη μοιρασιά;

- **Αν το κουτί είχε 12 σοκολάτες, πόσο θα έπαιρνε κάθε παιδί;**

....

- **Γράψε την πράξη που έκανες:**

....

- **Το κουτί έχει 10 σοκολάτες. Πώς μπορείς να υπολογίσεις πόσο θα πάρει κάθε παιδί;** ....

....

- **Κάνοντας την πράξη, μπορείς να υπολογίσεις ακριβώς;** ....

....

- **Αν τα 3 παιδιά είχαν να μοιραστούν μόνο μία σοκολάτα, πόσο μέρος της θα έπαιρνε το καθένα;**

....

- Αν λοιπόν χωρίσουν και τις 10 σοκολάτες κατά τον ίδιο τρόπο, πόσα ίδια μέρη θα πάρει κάθε παιδί; ....
- Τι κατάφερες να υπολογίσεις με τον τρόπο αυτό; ....

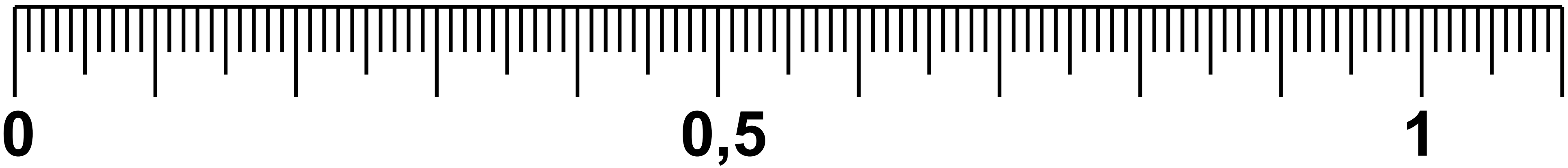
Δραστηριότητα 2η

Στην προηγούμενη δραστηριότητα το πηλίκο της διαίρεσης 10 : 3 το εκφράσαμε με το κλάσμα $\frac{10}{3}$.
Αν αποφασίσουμε να κάνουμε τη διαίρεση, θα είναι 10 : 3 = 3,333…

- Πώς μπορούμε να βρούμε σε ποιο σημείο στην αριθμογραμμή αντιστοιχεί ο αριθμός που εκφράζεται με ένα κλάσμα; ....

- **Τοποθετήστε πάνω από την αριθμογραμμή τα παρακάτω κλάσματα, αφού κάνετε την πράξη που χρειάζεται για να βρείτε ποιον αριθμό εκφράζει το καθένα:** (Μπορούμε να τα τοποθετήσουμε χωρίς να κάνουμε την πράξη;) ……………………………………

Α. $\frac{45}{90}$ **Β.** $\frac{2}{5}$ **Γ.** $\frac{9}{12}$ **Δ.** $\frac{7}{10}$ **Ε.** $\frac{4}{16}$ **Ζ.** $\frac{33}{30}$



- **Τι πρέπει να κάνουμε για να τοποθετήσουμε στην αριθμογραμμή το κλάσμα $\frac{1}{3}$ (ή το κλάσμα $\frac{10}{3}$);**

……………………………………………………………………

Από τις προηγούμενες δραστηριότητες συμπεραίνουμε ότι χάρη στα κλάσματα μπορούμε να εκφράσουμε το πηλίκο κάθε διαίρεσης φυσικών αριθμών με ακρίβεια:

Κλάσμα

Το κλάσμα εκφράζει το ακριβές πηλίκο μιας διαίρεσης: της διαίρεσης του αριθμητή με τον παρονομαστή του.

Παράδειγμα

Το $\frac{3}{7}$ είναι το πηλίκο της διαίρεσης 3 : 7

Αν κάνουμε τη διαίρεση αυτή, μπορούμε **να μετατρέψουμε το κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό** (ή σε φυσικό, αν η διαίρεση είναι τέλεια).

Αν η διαίρεση δεν μας δίνει ακριβές πηλίκο, σταματάμε εκεί που θέλουμε και έχουμε πηλίκο με προσέγγιση στα δέκατα, εκατοστά, χιλιοστά, ...

Παράδειγμα

3 : 7 = 0,4285714...

Το πηλίκο της διαίρεσης 3 : 7 είναι 0,42 με προσέγγιση στα εκατοστά ή 0,428 με προσέγγιση στα χιλιοστά.

Οι δεκαδικοί αριθμοί γράφονται και ως κλάσματα.

Παράδειγμα

Το 0,1 γράφεται ως $\frac{1}{10}$.

Εφαρμογή 1η

Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό αριθμό

Να μετατρέψετε τα κλάσματα $\frac{7}{28}$ και $\frac{7}{140}$ σε δεκαδικούς αριθμούς και να τους προσθέσετε.

Λύση - Απάντηση:

Για να μετατρέψουμε τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς θα κάνουμε τις διαιρέσεις:

70	28
140	0,25
00	

και

700	140
0	0,05

Τώρα θα προσθέσουμε

0,25 + 0,05 = …………

Εφαρμογή 2η

Μετατροπή δεκαδικού αριθμού σε κλάσμα

- Να κάνετε τη διαίρεση ανάμεσα στους όρους των κλασμάτων

$$\frac{6}{10},\ \frac{75}{100},\ \frac{8}{1000}\ \text{και}\ \frac{19}{10}.$$

- Να διατυπώσετε τώρα τον κανόνα μετατροπής των δεκαδικών αριθμών σε κλάσματα.

- Μετά, γράψτε ως κλάσματα τους δεκαδικούς αριθμούς:

0,6   0,09 0,005   3,042

Λύση – Απάντηση

- Όπως γνωρίζουμε, κάθε δεκαδικός αριθμός μπορεί να γραφτεί ως κλάσμα. Κάνοντας τη διαίρεση ανάμεσα στους όρους των κλασμάτων διαπιστώνουμε ότι:

$$\frac{6}{10} = 0,6 \qquad \frac{75}{100} = 0,75$$

$$\frac{8}{1000} = 0,008 \qquad \frac{19}{10} = 1,9$$

- Άρα: **οι δεκαδικοί αριθμοί γράφονται ως κλάσματα με παρονομαστή το 10, το 100, το 1000, ... ανάλογα με τον αριθμό των δεκαδικών ψηφίων που έχουν.**

- **0,6 = ______ 0,09 = ______**

0,005 = ______ 3,042 = ______

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε το **κλάσμα ως πηλίκο** της διαίρεσης του αριθμητή με τον παρονομαστή του και **τη μετατροπή του κλάσματος σε δεκαδικό αριθμό** και αντίστροφα. Πες ένα δικό σου παράδειγμα για κάθε περίπτωση.

Σημειώστε **Σ** αν είναι σωστές ή **Λ** αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- Στο κλάσμα ο αριθμητής είναι ο διαιρετέος και ο παρονομαστής ο διαιρέτης. ☐
- Η διαίρεση του αριθμητή με τον παρονομαστή είναι πάντα τέλεια. ☐
- Η ισότητα $1 : 3 = \frac{3}{1}$ είναι σωστή. ☐

Κεφάλαιο 21ο

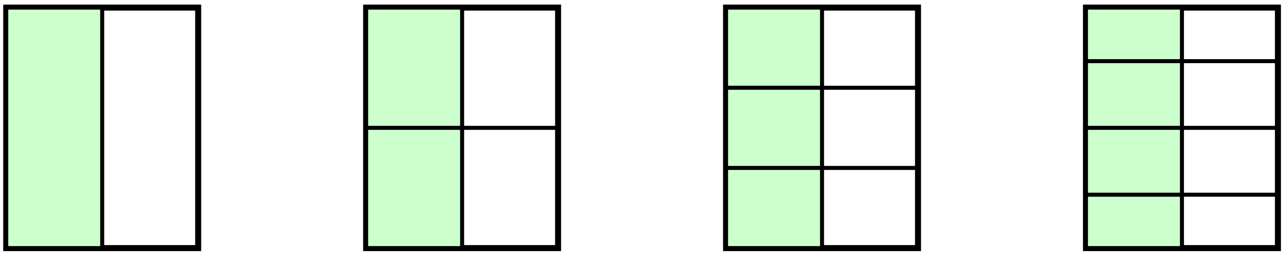
Ισοδύναμα κλάσματα

Μπορώ να λέω το ίδιο και με άλλα λόγια!

- ➙ Αναγνωρίζω δύο ισοδύναμα κλάσματα.
- ➙ Δημιουργώ ισοδύναμα κλάσματα.
- ➙ Απλοποιώ κλάσματα, ώστε να γίνουν ανάγωγα.

Δραστηριότητα 1η

Στα παρακάτω σχήματα βλέπουμε το σχέδιο ενός πάρκου που χωρίστηκε, για να καλυφθεί ένα μέρος του με χόρτο, ενώ στο υπόλοιπο θα τοποθετηθούν τα παιχνίδια.



Α .... Β.... Γ.... Δ....

- **Γράψε, κάτω από κάθε τετράγωνο, το κλάσμα που περιγράφει το πράσινο μέρος του.**
- **Πόσο μέρος του πάρκου θα καλυφθεί με χόρτο σε κάθε περίπτωση; ....**
- **Σύγκρινε τα κλάσματα μεταξύ τους με τη βοήθεια των σχημάτων. Τι παρατηρείς; ....**

...

- **Σύγκρινε το πρώτο κλάσμα με καθένα από τα υπόλοιπα.**
Τι παρατηρείς για τη σχέση ανάμεσα στους όρους τους; ....

...

Δραστηριότητα 2η

Ο Χρήστος και ο Φοίβος είχαν από 12 €. Όταν συναντήθηκαν, ο Χρήστος είπε ότι ξόδεψε τα $\frac{9}{12}$ των χρημάτων του και ο Φοίβος είπε ότι ξόδεψε τα $\frac{3}{4}$ των χρημάτων του.

- **Ποιος ξόδεψε περισσότερα;**

....

- **Τι παρατηρείς για τους όρους των δύο κλασμάτων;** ....

....

- **Μπορείς να σχηματίσεις ένα νέο κλάσμα, που να εκφράζει το ίδιο μέρος του όλου;**..........................

....

- **Με ποιο κλάσμα θα διάλεγες να εκφραστείς εσύ; Γιατί;**

……………………………………………

……………………………………………

Από τις προηγούμενες δραστηριότητες συμπεραίνουμε ότι είναι δυνατό δύο κλάσματα να έχουν διαφορετικούς όρους, αλλά να εκφράζουν την ίδια ποσότητα.

Ισοδύναμα κλάσματα

Δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα ή ίσα όταν εκφράζουν το ίδιο μέρος του όλου.
Αν πολλαπλασιάσουμε «χιαστί» τους όρους δύο ισοδύναμων κλασμάτων, τα δύο γινόμενα που προκύπτουν είναι ίσα μεταξύ τους. (Με τον τρόπο αυτό ελέγχουμε αν δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα.)

Παράδειγμα

Τα κλάσματα $\frac{9}{12}$ και $\frac{3}{4}$ είναι ισοδύναμα, δηλαδή $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.

$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ επειδή $9 \cdot 4 = 3 \cdot 12$

Αν **πολλαπλασιάσουμε** τους όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό, προκύπτει **ισοδύναμο** με το αρχικό κλάσμα.

Παράδειγμα

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$$

Αν **διαιρέσουμε** τους όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό, προκύπτει **ισοδύναμο** κλάσμα. Αυτή η τεχνική λέγεται **απλοποίηση** του κλάσματος.

Παράδειγμα

$$\frac{7}{28} = \frac{7:7}{28:7} = \frac{1}{4}$$

Αν ένα κλάσμα δεν μπορεί να απλοποιηθεί (δεν υπάρχει αριθμός, εκτός από το 1, που να είναι κοινός διαιρέτης του αριθμητή και του παρονομαστή), το κλάσμα λέγεται ανάγωγο.

Παράδειγμα

Το κλάσμα $\frac{1}{4}$ είναι ανάγωγο.

(Ο Μ.Κ.Δ. του 4 και του 9 είναι το 1)

Εφαρμογή

Δημιουργώ ισοδύναμα κλάσματα

Να εκφράσετε με ισοδύναμα κλά-σματα τι μέρος του μήνα είναι οι 6

μέρες. Ποιο κλάσμα από όσα δημιουργήσατε είναι ανάγωγο;

Λύση:

Το ένα κλάσμα είναι το $\frac{6}{30}$, που δηλώνει ακριβώς το μέρος του όλου.

Μπορώ να απλοποιήσω με το 3 για να γίνει το κλάσμα δεκαδικό:

$$\frac{6 : 3}{30 : 3} = \_\_\_\_$$

και να πολλαπλασιάσω κατόπιν με το δέκα : $\frac{2 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \_\_\_\_$

ή να απλοποιήσω το αρχικό κλάσμα με το έξι: $\frac{6 : 6}{30 : 6} = \_\_\_\_$ για να γίνει ανάγωγο.

Απάντηση: **Οι 6 μέρες είναι τα ——**

ή —— ή τα —— ή αλλιώς το

—— του μήνα.

Ανάγωγο κλάσμα είναι το —— .

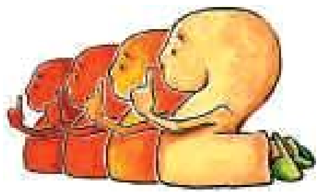
Αυτά είναι όλα τα ισοδύναμα κλάσματα που μπορούμε να δημιουργήσουμε; Συζητήστε το.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **ισοδύναμα κλάσματα** και **ανάγωγα κλάσματα**. Εξήγησε τη σημασία τους με ένα παράδειγμα για κάθε περίπτωση.

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- **Στη μέθοδο «χιαστί» πολλαπλασιάζω τους αριθμητές των κλασμάτων μεταξύ τους.** ☐
- **Ένα κλάσμα έχει άπειρα ισοδύναμα με αυτό κλάσματα.** ☐
- **Η διαίρεση των όρων του κλάσματος με το Μ.Κ.Δ. τους, οδηγεί σε ανάγωγο κλάσμα.** ☐



Σύγκριση - Διάταξη κλασμάτων

Πώς θα μπούμε στη σειρά;

→ Συγκρίνω ομώνυμα και ετερώνυμα κλάσματα.

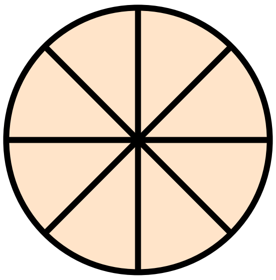
→ Διατάσσω τα κλάσματα κατά αύξουσα ή φθίνουσα σειρά.

→ Τοποθετώ τα κλάσματα στην αριθμογραμμή.

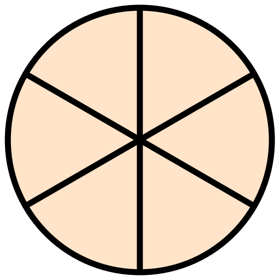
→ Μετατρέπω ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα.

Δραστηριότητα 1η

Πέντε φίλοι παρήγγειλαν τις δύο ίδιες πίτσες που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Η μία πίτσα (α) ήταν χωρισμένη σε 8 κομμάτια και η άλλη (β) σε 6 κομμάτια.



(α)



(β)

- Από την πρώτη πίτσα έφαγαν: ο Βασίλης, ο Γιώργος και η Μαργαρίτα τα $\frac{4}{8}$, τα $\frac{3}{8}$ και το $\frac{1}{8}$ αντίστοιχα. Να συγκρίνεις τα μερίδιά τους και να τα γράψεις κατά αύξουσα σειρά χρησιμοποιώντας το σύμβολο < ανάμεσά τους.

....

- Ο Γιώργος έφαγε τα $\frac{3}{8}$ από την πρώτη πίτσα και ο Σωτήρης τα $\frac{3}{6}$ από τη δεύτερη. Ποιος έφαγε περισσότερο;
- Αν συγκρίνουμε τα μερίδια του Γιώργου, ο οποίος έφαγε τα $\frac{3}{8}$

από την πρώτη πίτσα και του Λευτέρη ο οποίος έφαγε τα $\frac{2}{6}$ από τη δεύτερη, μπορούμε εύκολα να βρούμε ποιο είναι το μεγαλύτερο;

- **Τι μπορούμε να κάνουμε για να τα συγκρίνουμε; ....**

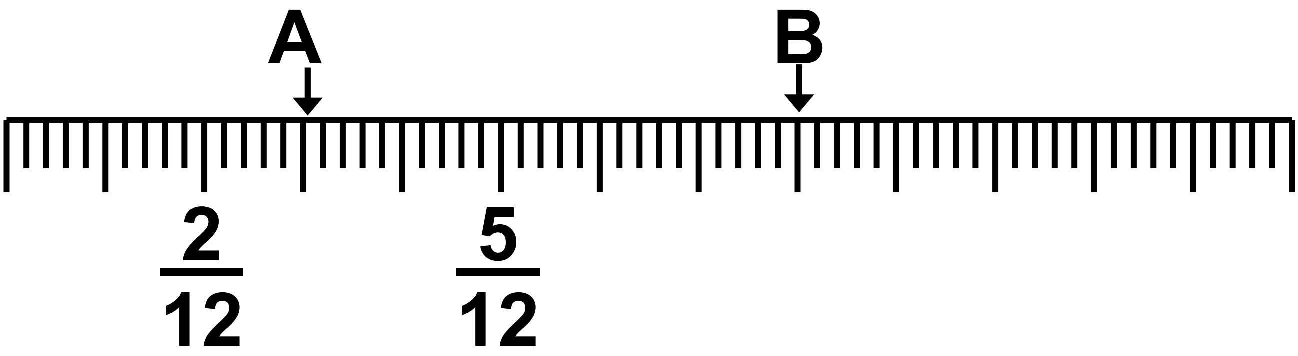
..

..

Δραστηριότητα 2η

- **Αφού πρώτα διατάξεις τα κλάσματα $\frac{3}{12}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{13}{12}$, $\frac{1}{12}$ και $\frac{11}{12}$ κατά αύξουσα σειρά, τοποθέτησε αυτά που αντιστοιχούν στα σημεία Α και Β στην παρακάτω αριθμογραμμή:**

..



- Ποια διαδικασία μας επιτρέπει να βρούμε ποιο κλάσμα παρεμβάλλεται ανάμεσα σε δύο άλλα;

Από τις προηγούμενες δραστηριότητες συμπεραίνουμε ότι μπορούμε να συγκρίνουμε τα κλάσματα και να τα διατάξουμε κατά αύξουσα ή φθίνουσα σειρά.

Σύγκριση κλασμάτων

Ανάμεσα σε δύο ομώνυμα κλάσματα μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει το μεγαλύτερο αριθμητή.

Παράδειγμα $\frac{9}{24} > \frac{6}{24}$

Για να **συγκρίνουμε ετερώνυμα** κλάσματα, τα μετατρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα.

Παράδειγμα

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{4} \qquad \frac{2}{3} = \frac{8}{12}, \quad \frac{3}{4} = \frac{9}{12} \qquad \frac{8}{12} < \frac{9}{12}$$

Ειδικά για τα ετερώνυμα κλάσματα που έχουν τον ίδιο αριθμητή, μεγαλύτερο είναι εκείνο με το μικρότερο παρονομαστή.

Παράδειγμα

$$\frac{2}{15} > \frac{2}{18}$$

Τα ετερώνυμα κλάσματα μπορούν να μετατραπούν σε ισοδύναμα τους ομώνυμα, αν πολλαπλασιαστούν οι όροι τους με τον κατάλληλο αριθμό.

Παράδειγμα

$$\frac{3}{5}, \frac{1}{2} \qquad \text{Ε.Κ.Π. } (5, 2) = 10$$

$$\frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10}, \qquad \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10}$$

Εφαρμογή 1η

Συγκρίνω κλάσματα με το νου

Για μερικές κατηγορίες κλασμάτων μπορούμε να κάνουμε προσεγγιστικούς υπολογισμούς με το νου. Ας συγκρίνουμε με το νου τα κλάσματα $\frac{25}{27}$, $\frac{1}{18}$, και $\frac{17}{36}$.

Λύση

Το κλάσμα $\frac{25}{27}$ εκφράζει έναν αριθμό που είναι **κοντά στο 1**, γιατί ο αριθμητής του είναι περίπου ίσος με τον παρονομαστή του.

Το κλάσμα $\frac{1}{18}$ εκφράζει έναν αριθμό που είναι κοντά στο 0, γιατί ο αριθμητής του είναι πολύ μικρότερος από τον παρονομαστή του. Το κλάσμα $\frac{17}{36}$ εκφράζει έναν αριθμό που είναι κοντά στο $\frac{1}{2}$, γιατί ο αριθμητής του είναι περίπου ίσος με το μισό του παρονομαστή του.

Άρα $\frac{1}{18} < \frac{17}{36} < \frac{1}{2}$

Εφαρμογή 2η

Μετατρέπω ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα

Να διατάξετε κατά φθίνουσα σειρά τα κλάσματα $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{9}$ και $\frac{6}{15}$,

αφού τα κάνετε ομώνυμα.

Λύση

Βρίσκουμε το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών με ταυτόχρονες διαδοχικές διαιρέσεις:

Ε.Κ.Π. (2, 9, 15) = $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 90$.

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & 9 & 15 & 2 \\ 1 & 9 & 15 & 3 \\ & 3 & 5 & 3 \\ & 1 & 5 & 3 \\ & & 1 & 5 \end{array}$$

Κατόπιν διαιρούμε το Ε.Κ.Π. με κάθε παρονομαστή, για να βρούμε με ποιον αριθμό θα πρέπει να πολλαπλασιάσουμε κάθε κλάσμα: $90 : 2 = 45$, $90 : 9 = 10$, $90 : 15 = 6$

Πολλαπλασιάζουμε κάθε κλάσμα με τον κατάλληλο αριθμό:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 45}{2 \cdot 45} = \frac{45}{90},$$

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 10}{9 \cdot 10} = \frac{50}{90},$$

$$\frac{6}{15} = \frac{6 \cdot 6}{15 \cdot 6} = \frac{36}{90}$$

Απάντηση: Τα αρχικά κλάσματα μετατράπηκαν στα ισοδύναμα τους ομώνυμα και είναι:

$\frac{50}{90} > \frac{45}{90} > \frac{36}{90}$ ή τα αρχικά

κλάσματα ____ > ____ > ____.

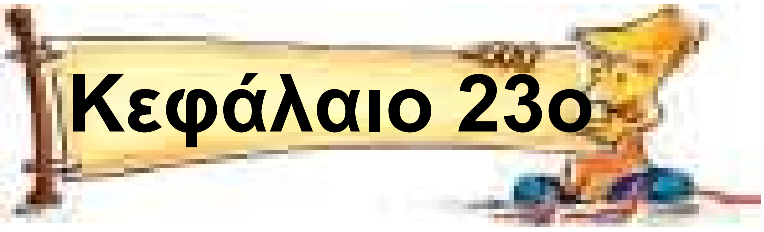
Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε τη σύγκριση και διάταξη ομώνυμων και ετερώνυμων κλασμάτων. Δώσε ένα δικό σου παράδειγμα για κάθε περίπτωση.

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- **$\frac{1}{10} < \frac{1}{8} < \frac{1}{2}$** ☐

- **Για να μετατρέψω τα ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα πολλαπλασιάζω τους όρους τους με το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών τους.** ☐



Κεφάλαιο 23ο

Προβλήματα με πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων

Προσθέτω και αφαιρώ κλάσματα.

Σωστή ενέργεια!

Η σωστή ενέργεια!

→ Προσθέτω και αφαιρώ κλάσματα.

→ Λύνω απλά προβλήματα με δεκαδικούς, μεικτούς και κλάσματα ακολουθώντας μια σειρά από βήματα.

Μερικές φορές η παρουσία των κλασμάτων σε ένα πρόβλημα προκαλεί ανησυχία για το πώς θα το λύσουμε. Αν συμβεί αυτό, θυμηθείτε ότι το κλάσμα είναι ένας αριθμός και στη θέση του θα μπορούσε να είναι ένας φυσικός ή δεκαδικός αριθμός.

Δραστηριότητα 1η

Διαβάζοντας στην ιστοσελίδα της Δ.Ε.Η. (www.dei.gr) στοιχεία σχετικά με την παραγωγή ενέργειας για το 2003 διαπιστώσαμε ότι η ενέργεια που παράχθηκε στη χώρα μας από ανανεώσιμες πηγές ήταν πολύ μικρή. Παρακάτω παρουσιάζονται τα στοιχεία για την ενέργεια που παράχθηκε το 2003 σε θερμοηλεκτρικούς σταθμούς:

- Το 0,15 της ενέργειας παράχθηκε με τη χρήση πετρελαίου.

- **Τα $\frac{9}{20}$ παράχθηκαν με τη χρήση λιγνίτη.**
- **Το $\frac{1}{4}$ παράχθηκε με τη χρήση φυσικού αερίου.**
- **Η υπόλοιπη ενέργεια παράχθηκε σε υδροηλεκτρικούς σταθμούς.**
- **Είναι εύκολο να υπολογίσουμε αμέσως αυτό το μέρος της ενέργειας;** ……………………………
- **Τι πρέπει να κάνουμε πριν προχωρήσουμε στις πράξεις για την επίλυση του προβλήματος;**

……………………………………………

……………………………………………

Δραστηριότητα 2η

Τα παιδιά θέλησαν να φυτέψουν στον κήπο του σχολείου φράουλες

(ωριμάζουν στις αρχές Ιουνίου) και ρώτησαν αν υπάρχει καθόλου ελεύθερος χώρος. Ο δάσκαλος τους είπε: «Σωστή ενέργεια! Λοιπόν, το 0,1 του παρτεριού έχει γαρίφαλα, το $\frac{1}{4}$ έχει μαργαρίτες και τα $\frac{2}{5}$ έχουν γκαζόν. Αν υπάρχει ελεύθερος χώρος, είναι δικός σας!».

- **Πώς θα βρούμε αν υπάρχει χώρος; ....**

..

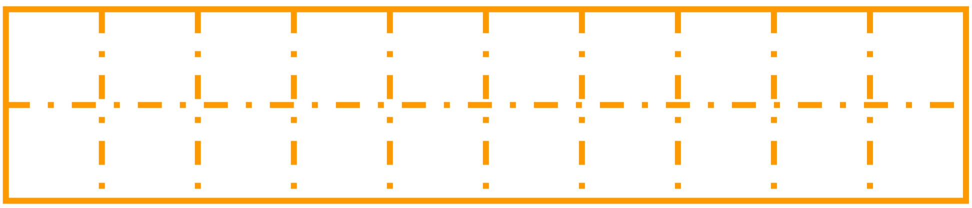
- **Γράψτε με τη σειρά τις ενέργειες που πρέπει να κάνουν τα παιδιά για να βρουν τη λύση στο πρόβλημά τους: ....**

..

..

- **Κάντε τις πράξεις. Μετά χωρίστε το σχεδιάγραμμα του παρτεριού σε**

όσα μέρη πρέπει και βάψτε με κίτρινο το μέρος με τις μαργαρίτες, με μοβ το μέρος με τα γαρίφαλα, με πράσινο το μέρος με το γκαζόν και με κόκκινο το μέρος με τις φράουλες.



Οι δραστηριότητες αυτές μας βοηθούν να καταλήξουμε στα παρακάτω συμπεράσματα:

Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων

Για να **προσθέσουμε** ή να **αφαιρέσουμε ετερώνυμα** κλάσματα, τα μετατρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα.

Παράδειγμα

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{15}{20} + \frac{4}{20}$$

Προσθέτουμε ομώνυμα κλάσματα προσθέτοντας τους αριθμητές τους.

Παράδειγμα

$$\frac{11}{18} + \frac{2}{18} = \frac{11 + 2}{18} = \frac{13}{18}$$

Αφαιρούμε ομώνυμα κλάσματα αφαιρώντας τους αριθμητές τους.

Παράδειγμα

$$\frac{11}{18} - \frac{2}{18} = \frac{11 - 2}{18} = \frac{9}{18}$$

Όταν πρέπει να λύσω ένα πρόβλημα που έχει κλάσματα ή μεικτούς αριθμούς:

✓ **Ελέγχω** αν οι αριθμοί του προβλήματος είναι στην ίδια μορφή.

✓ Αν δεν είναι στην ίδια μορφή, τους **μετατρέπω** σε αριθμούς μιας μορφής.
✓ **Αποφασίζω** ποιες πράξεις πρέπει να κάνω.
✓ **Εκτελώ** τις πράξεις και ελέγχω το αποτέλεσμα.

Εφαρμογή 1η

Η Μυρτώ κούρεψε τα $\frac{3}{5}$ του γκαζόν και ο αδερφός της ο Λευτέρης το $\frac{1}{4}$. Κούρεψαν όλο το γκαζόν; Αν όχι, πόσο έμεινε;

Λύση

✓ Οι αριθμοί του προβλήματος είναι στην ίδια μορφή.
✓ Αρκεί λοιπόν να τους προσθέσουμε για να δούμε αν το κλάσμα

που θα προκύψει θα έχει αριθμητή και παρονομαστή ίσους. Αν ναι, τότε θα είναι ίσο με τη μονάδα, δηλαδή θα έχουν κουρέψει όλο το γκαζόν. Αν όχι, θα αφαιρέσουμε αυτό που θα βρούμε από το κλάσμα «μονάδα» για να βρούμε τη διαφορά τους:

✓ $\frac{3}{5} + \frac{1}{4}$ **Ε.Κ.Π. (5, 4) = 20.**

Άρα: $\frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{12}{20} + \frac{5}{20} = \frac{17}{20}$

Άρα: ——— – ——— = ———.

Απάντηση: Κούρεψαν τα $\frac{17}{20}$ **του γκαζόν και μένουν ακόμη ——— για κούρεμα.**

Εφαρμογή 2η

Ένα δοχείο χωράει 3 λίτρα $\frac{3}{5}$

Κάποια στιγμή έχει $1\frac{3}{4}$ λίτρα νερό.

Ποσό νερό χρειάζεται ακόμα για να γεμίσει;

Λύση

✓ Οι αριθμοί του προβλήματος δεν είναι στην ίδια μορφή. Θα τους μετατρέψουμε σε κλάσματα ομώνυμα, με παρονομαστή το 4.

Έτσι: $3 = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} = \frac{12}{4}$ και

$$1\frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$$

✓ Τώρα θα αφαιρέσουμε το νερό που υπάρχει από τη συνολική χωρητικότητα του δοχείου για να βρούμε τη διαφορά τους:

$$\frac{12}{4} - \frac{7}{4} = \frac{5}{4}.$$

Δηλαδή $\frac{4}{4} + \frac{1}{4}$ **ή** $1\frac{1}{4}$.

Απάντηση: Χρειάζεται ακόμη $1\frac{1}{4}$ **λίτρα νερού για να γεμίσει.**

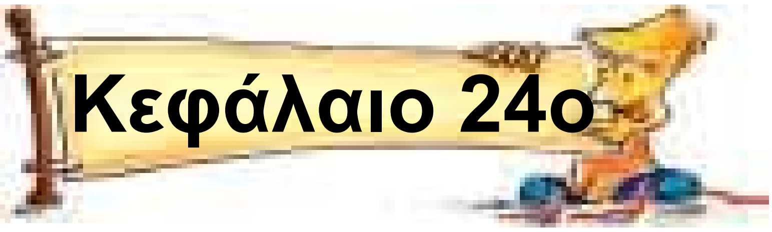
Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

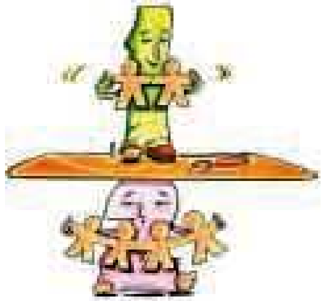
Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε την πρόσθεση και την αφαίρεση κλασμάτων καθώς και τη λύση απλών προβλημάτων με κλάσματα. Σχεδίασε ένα σύντομο πρόβλημα που να λύνεται έτσι.

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

→ **Η ισότητα: $\frac{2}{5} + \frac{7}{5} = \frac{9}{10}$ είναι σωστή.** ☐

→ **Για να λύσω ένα πρόβλημα που οι αριθμοί του είναι φυσικοί, δεκαδικοί ή κλάσματα πρέπει πρώτα να τους μετατρέψω όλους στην ίδια μορφή.** ☐





Προβλήματα με πολλαπλασιασμό και διαίρεση κλασμάτων

Ό,τι κι αν κάνεις, εγώ θα πολλαπλασιάζομαι

→ Πολλαπλασιάζω και διαιρώ κλάσματα.

→ Λύνω προβλήματα υπολογισμού του κλασματικού μέρους ενός ποσού.

→ Υπολογίζω αριθμητικές παραστάσεις που περιέχουν κλάσματα.

Η φράση «το κλάσμα ενός αριθμού» μπορεί να εννοηθεί ως ο πολλαπλασιασμός του κλάσματος με τον αριθμό αυτό.

Για παράδειγμα, τα $\frac{3}{4}$ του 12 είναι $\frac{3}{4} \cdot 12$.

Δραστηριότητα 1η

Η μαμά σου έχει φτιάξει ένα μικρό ορθογώνιο κέικ, από το οποίο κόβεις το $\frac{1}{2}$. Από αυτό το κομμάτι τρως τα $\frac{3}{4}$. Αν προσπαθήσεις να υπολογίσεις με κλάσμα το μέρος που έφαγες, το κλάσμα αυτό θα είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο από τα κλάσματα $\frac{1}{2}$ και $\frac{3}{4}$;

....

- Να σχεδιάσεις στο διπλανό σκίτσο το μέρος του ολόκληρου κέικ που έφαγες.

- Πόσο μέρος του κέικ έφαγες;

....

- Ποια πράξη θα κάνουμε για να βρούμε πόσο είναι τα $\frac{3}{4}$ του $\frac{1}{2}$;

....

- Είναι το κλάσμα αυτό μεγαλύτερο ή μικρότερο από τα $\frac{1}{2}$ και $\frac{3}{4}$.

....

Δραστηριότητα 2η

Πήγα σε ένα γαλακτοκομικό αγρόκτημα και αγόρασα γάλα σε ένα δοχείο 10 λίτρων. Το δοχείο δεν χωράει στο ψυγείο μου. Έτσι θέλω να το μεταγγίσω σε δοχεία των 2 λίτρων.

- Πόσα δοχεία χρειάζομαι;

....

- **Γράψε την πράξη που έκανες:**

...

Ας υποθέσουμε τώρα ότι αγόρασα το $\frac{1}{2}$ λίτρο γάλα και θέλω να το μεταγγίσω σε μικρές ατομικές κανάτες του $\frac{1}{8}$ λίτρου για να τις σερβίρω με τον καφέ.

- **Πόσες ατομικές κανάτες χρειάζομαι; ....**

- **Γράψε την πράξη που πρέπει να κάνεις: ....**

- **Γνωρίζεις ότι η διαίρεση και ο πολλαπλασιασμός είναι αντίστροφες πράξεις. Άρα, αντί να διαιρέσεις δυο αριθμούς, μπορείς να πολλαπλασιάσεις τον πρώτο με τον αντίστροφο του δεύτερου.**

- Δοκίμασε τώρα να κάνεις την προηγούμενη πράξη αντιστρέφοντας το δεύτερο κλάσμα

....

- Είναι λογικό το αποτέλεσμα;

....

Οι δραστηριότητες αυτές μας οδηγούν στα παρακάτω συμπεράσματα:

Πολλαπλασιασμός και διαίρεση κλασμάτων

Για να **πολλαπλασιάσουμε** κλάσματα, πολλαπλασιάζουμε αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή.

Παράδειγμα

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{6}{20} \text{ ή } \frac{3}{10}$$

Για να **διαιρέσουμε** δύο κλάσματα, αντιστρέφουμε τους όρους του δεύτερου κλάσματος και κάνουμε πολλαπλασιασμό.

Παράδειγμα

$$\frac{5}{12} : \frac{1}{3} = \frac{5}{12} \cdot \frac{3}{1} = \frac{5 \cdot 3}{12 \cdot 1} = \frac{15}{12} \text{ ή } 1\frac{1}{4}$$

Υπολογίζω μια αριθμητική παράσταση που έχει κλάσματα ή μεικτούς αριθμούς

✓ **Εκτελώ** τις πράξεις από αριστερά προς τα δεξιά, με τη γνωστή σειρά (πρώτα δυνάμεις, πολλαπλασιασμοί, διαιρέσεις και μετά προσθέσεις, αφαιρέσεις).
Αν υπάρχουν παρενθέσεις, κάνω τις πράξεις πρώτα μέσα σ’ αυτές με την ίδια σειρά.

✓ **Μετατρέπω τους αριθμούς, σε όποια μορφή χρειάζεται για να κάνω πράξεις.**

Εφαρμογή 1η

Κλασματικό μέρος ενός ποσου

Το κόστος ενός αυτοκινήτου για τον αντιπρόσωπο είναι τα $\frac{4}{5}$ της τιμής πώλησης. Το αυτοκίνητο πουλιέται 12.500 €. Να βρείτε πόσο κοστίζει στον αντιπρόσωπο.

Λύση

Μπορώ να υπολογίσω το κλασματικό μέρος ενός ποσού (τα του $\frac{4}{5}$ 12.500) με δυο τρόπους:

Α. Αναγωγή στην κλασματική μονάδα: **Βρίσκω πρώτα το $\frac{1}{5}$**

του 12.500 (12.500 : 5 = 2.500)

και μετά βρίσκω τα $\frac{4}{5}$
(4 • 2500 = …………..).

Β. Αρκεί να πολλαπλασιάσω το κλάσμα με το ποσό

($\frac{4}{5}$ • 12500 ……). Πολλαπλασιάζω

κλάσμα με φυσικό αριθμό, πολλαπλασιάζοντας τον αριθμητή του με τον αριθμό αυτό (σαν να ήταν ο αριθμός κλάσμα με παρονομαστή

το 1): $\frac{4}{5} \cdot 12500 = \frac{4 \cdot 12500}{5}$

$= \frac{50000}{5} =$ …………

Απάντηση: Το αυτοκίνητο κοστίζει στον αντιπρόσωπο ……………… €.

Εφαρμογή 2η

Μεικτές αριθμητικές παραστάσεις

Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:

$$\left(4 \cdot \frac{1}{2} + 0{,}2 + \frac{4}{5}\right) : \left(3 - 1\frac{1}{3}\right)$$

Λύση – Απάντηση

✓ **Κάνω πρώτα τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις, με τη σειρά που πρέπει:**

$$\left(4 \cdot \frac{1}{2} + 0{,}2 + \frac{4}{5}\right) : \left(3 - 1\frac{1}{3}\right)$$

$$= \left(\text{——} + 0{,}2 + \frac{4}{5}\right) : \ldots\ldots \text{——}$$

✓ **Μετατρέπω το δεκαδικό και το μεικτό αριθμό σε κλάσματα, για να συνεχίσω τις πράξεις:**

(—— + —— + ——) : —— = ………………

……………………………………………

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση κλασμάτων και τον υπολογισμό μεικτών αριθμητικών παραστά-σεων. Σχεδίασε ένα σύντομο πρόβλημα που να λύνεται έτσι.

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

→ **Η ισότητα:**

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{18}{8}$$ ☐

είναι σωστή.

→ **Για να βρούμε το μισό του $\frac{4}{55}$ αρκεί να το πολλαπλασιάσουμε με το $\frac{1}{2}$.** ☐

Ανακεφαλαίωση

Αριθμοί και πράξεις

Δίνω… λογαριασμό

Αριθμοί

- **Φυσικοί αριθμοί**
- **0 1 2 3 4 …**

- **Δεκαδικοί αριθμοί**
- **0,1 1,05 80,5 100,2 0,03 …**

Αξία θέσης

Η διαφορετική αξία που αποκτά ένα ψηφίο ανάλογα με τη θέση στην οποία βρίσκεται στον αριθμό.

Πράξεις

- **Πρόσθεση**

ιδιότητες της πρόσθεσης

- **5 + 3 = 3 + 5**
- **(5 + 3) + 7 = 5 + (3 + 7)**

- **Αφαίρεση**

- **7 – 3 = 4**

  4 + 3 = 7

  7 – 4 = 3

  αντίστροφη πράξη της πρόσθεσης

- **Πολλαπλασιασμός**

<u>ιδιότητες του πολλαπλασιασμού</u>

- **8 · 6 = 6 · 8**
- **(8 · 6) · 5 = 8 · (6 · 5)**
- **8 · (6 + 5) = 8 · 6 + 8 · 5**
- **8 · (6 – 5) = 8 · 6 – 8 · 5**

- **Διαίρεση**
- **τέλεια** $\left.\begin{array}{l} \Delta : \delta = \pi \\ \Delta : \pi = \delta \\ \pi \cdot \delta = \Delta \end{array}\right\}$ **αντίστροφη πράξη της πρόσθεσης**
- **ατελής** $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$

<u>Σειρά των πράξεων</u>

- **παρενθέσεις – πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις – προσθέσεις και αφαιρέσεις**

Ειδικά θέματα

- **Διαιρέτες**
- **Οι αριθμοί που διαιρούν έναν αριθμό**

- **Μ.Κ.Δ.**
- **Ο μεγαλύτερος από τους κοινούς διαιρέτες**

- **Πρώτοι αριθμοί**
- Αριθμοί με μόνους διαιρέτες το 1 και τον εαυτό τους

- **Παραγοντοποίηση αριθμού**
- Ανάλυση του αριθμού σε γινόμενο πρώτων αριθμών

- **Πολλαπλάσια**
- 0, α, 2α, 3α, 4α, 5α, ...

- **Ε.Κ.Π.**
- Το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια

- **Δυνάμεις**
- $5^{\alpha} = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot 5}_{\alpha \text{ φορές}}$

- **Έκφραση αριθμού με τη βοήθεια δύναμης του 10**
- **$6.000.000.000 = 6 \cdot 10^9$**

Κλάσματα

- **Κλασματικοί αριθμοί**

<u>ως μέρος του όλου</u>

<u>ως πηλίκο διαίρεσης</u>

- **Οι αριθμοί που γράφονται $\frac{5}{\alpha}$ (ο αριθμός $\beta \neq 0$)**

τα 3 από τα 5 είναι τα $\frac{3}{5}$

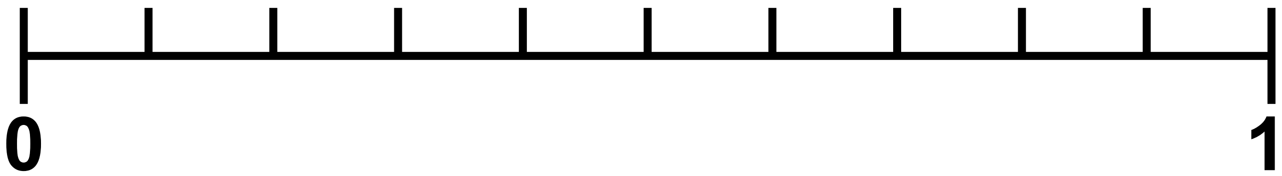
$3 : 5 = \frac{3}{5}$

- **Ισοδύναμα κλάσματα**
- **$\frac{3}{5} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20}$**

1η Άσκηση

Δείξε πάνω στην αριθμογραμμή με μια γραμμή τη σωστή θέση για κάθε καρτελάκι.

0,25 | **0,1** | $\frac{3}{5}$ | $\frac{2}{10}$ | **0,7** | $\frac{50}{100}$



2η Άσκηση

$17 \cdot 6 = 102$

$19 \cdot 6 =$

Η πρώτη πράξη στη διπλανή κάρτα δηλώνει ότι 17 · 6 = 102.
Με αυτή τη βοήθεια πώς μπορείς να υπολογίσεις με το νου το αποτέλεσμα της δεύτερης πράξης; Να εξηγήσεις τη σκέψη σου.

…………………………………………………………

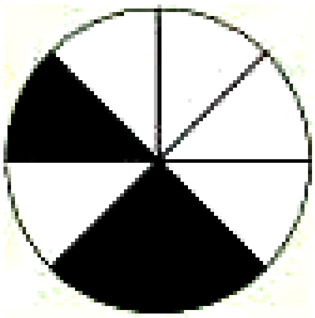
…………………………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

3η Άσκηση



Να γράψεις με κλάσμα και με δεκαδικό αριθμό το σκιασμένο μέρος του κύκλου.

Πρόβλημα

Να γράψετε με την ομάδα σου ένα πρόβλημα χρησιμοποιώντας τα κλάσματα $\frac{3}{4}$ και $\frac{1}{5}$ και να το λύσετε.

……………………………………………

……………………………………………

....

....

....

....

....

....

Λύση

Απάντηση: ....

....

2η θεματική ενότητα

Εξισώσεις

Σε αυτή τη θεματική ενότητα θα ασχοληθούμε με τις εξισώσεις. Με άλλα λόγια, με τη χρήση γραμμάτων ή συμβόλων στη θέση ενός αριθμού που δεν γνωρίζουμε.

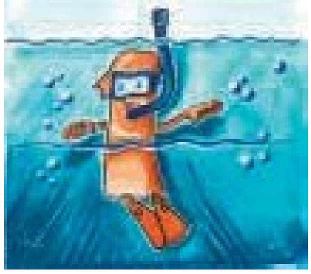
Από την 8η χιλιετία π.Χ. οι κάτοικοι της Μεσοποταμίας, πολύ πριν από τους Σουμέριους, χρησιμοποιούσαν ένα σύστημα αριθμητικής καταγραφής βασισμένο σε μικρές πήλινες «μάρκες». Από εκεί πληροφορούμαστε ότι χρησιμοποιούσαν αριθμητικές μεθόδους πολύ πιο εξελιγμένες από την απλή καταμέτρηση γεωργικών προϊόντων και τους απλούς εμπορικούς και οικονομικούς σκοπούς της εποχής τους.

Βρέθηκαν στις «μάρκες» προβλήματα της εποχής εκείνης που απαιτούν τη χρήση εξισώσεων για την επίλυσή τους. Χαρακτηριστικό είναι το παρακάτω πρόβλημα.

Βρήκα μια πέτρα. Δεν (τη) ζύγισα. Αφαίρεσα το ένα έβδομο. Πρόσθεσα το ένα ενδέκατο. Αφαίρεσα το ένα δέκατο τρίτο. (Τη) ζύγισα. Ποιο ήταν το αρχικό βάρος της πέτρας;

Φαίνεται πως τα Μαθηματικά ήταν για τους κατοίκους της Μεσοποταμίας ένα απαραίτητο εργαλείο με το όποιο μπορούσαν να αποκρυπτογραφήσουν τις κινήσεις του Ουρανού και μια γλώσσα με την οποία μπορούσαν να επικοινωνήσουν και να καταλάβουν τους θεούς τους.

Κεφάλαιο 25ο



Η έννοια της μεταβλητής

Η εξερεύνηση του άγνωστου!

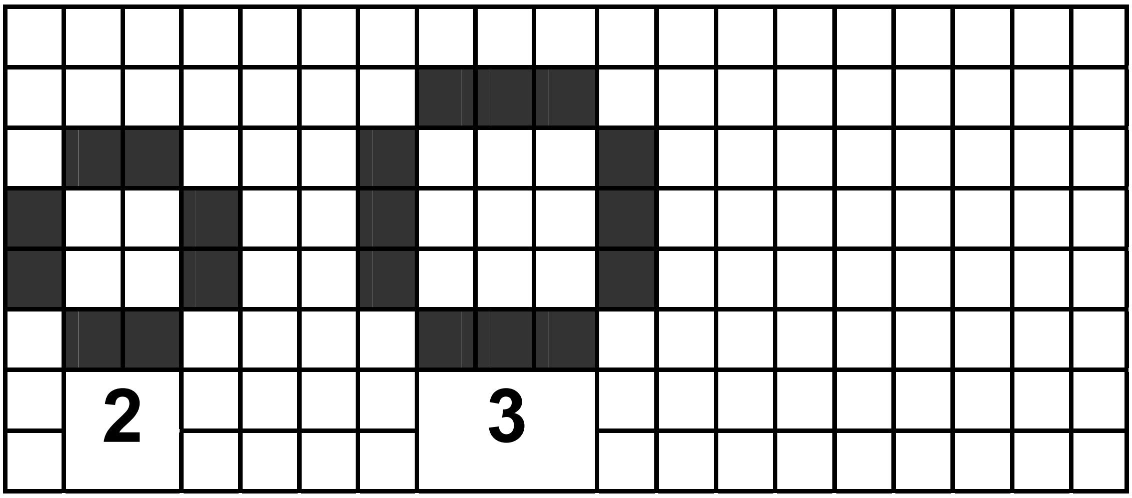
→ Κατανοώ την έννοια «μεταβλητή».

→ Χρησιμοποιώ μεταβλητές για να εκφράσω τις σχέσεις στις εκφράσεις, τις ισότητες, τις ανισότητες και τις γεωμετρικές σχέσεις.

→ Επιλέγω μεταβλητές και σχηματίζω αριθμητικές παραστάσεις.

Δραστηριότητα 1η

Στο παρακάτω σχήμα σχεδιάσαμε σε μιλιμετρέ χαρτί το γράμμα «Ο» σε δύο μεγέθη. Ανάλογα με τον αριθμό των τετραγώνων της πλευράς του καθενός τα ονομάσαμε μέγεθος 2 και μέγεθος 3.



• Συνέχισε βάφοντας όσα τετράγωνα χρειάζεται για να σχηματιστεί το επόμενο μέγεθος (μέγεθος 4).

• Πόσα τετράγωνα πρέπει να βάψεις για κάθε πλευρά;

....

....

• Συμπλήρωσε στον παρακάτω πίνακα το συνολικό αριθμό από σκιασμένα τετράγωνα που χρειάζεται για να σχηματιστεί κάθε μέγεθος.

Μέγεθος του γράμματος	2	3	4	9	12
Τετράγωνα που χρειάζονται					

- Παρατήρησε τον πίνακα και εξήγησε με ποιον τρόπο μεταβάλλεται ο συνολικός αριθμός των τετραγώνων όταν μεταβάλλεται ο αριθμός των τετραγώνων της πλευράς

……………………………………………

……………………………………………

- Η σχέση του συνολικού αριθμού τετραγώνων με το μέγεθος είναι «...επί το μέγεθος» ή ο συνολικός αριθμός τετραγώνων ισούται με το γινόμενο «…… • μ» (όπου μ το μέγεθος).

• Υπολόγισε με το σύντομο τρόπο (4 • μ) τα συνολικά τετράγωνα για το μέγεθος 17.

....

....

• Τι μεγέθους είναι το όμικρον που έχει 132 τετράγωνα;

....

....

Δραστηριότητα 2η

Στον παρακάτω πίνακα συμπλήρωσε τις ηλικίες του Κώστα και της Σμαρώς για κάθε χρονιά. Μετά απάντησε στις ερωτήσεις.

Χρονιά	Ηλικία Σμαρώς	Ηλικία Κώστα
2006	12	16
2007		
2008		
2009		
2010		

- **Όταν η ηλικία της Σμαρώς είναι 12, η ηλικία του Κώστα θα είναι:**
12 + ……

- **Όταν η ηλικία της Σμαρώς είναι 25, η ηλικία του Κώστα θα είναι:**

25 + ……

- **Όταν η ηλικία της Σμαρώς είναι x, η ηλικία του Κώστα θα είναι:**

………………………………………………

Έχουμε μάθει ότι μια αριθμητική παράσταση περιέχει αριθμούς και πράξεις. Από τις προηγούμενες

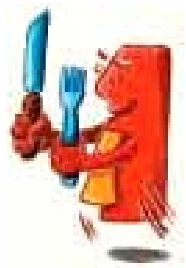
δραστηριότητες διαπιστώνουμε ότι μπορεί να περιέχει και **γράμματα**.

Άγνωστος / Μεταβλητή

Το **γράμμα** ή το **σύμβολο** το οποίο χρησιμοποιείται σε μια αριθμητική παράσταση και μπορεί να αντικατασταθεί από οποιαδήποτε τιμή που μπορεί να πάρει ένα ποσό, λέγεται **μεταβλητή**.

Παράδειγμα

Εμβαδό τετραγώνου: $\mathbf{a}^2$, όπου
α = το μήκος της πλευράς του.



Εφαρμογή 1η

Επιλέγω μεταβλητή

Στη γιορτή είχαμε γλυκά που έφερε η Φρόσω, 10 που έφερα εγώ και αυτά που έφερε η Σοφία.

Τα έφαγαν όλα!» Να εκφράσετε με μια αριθμητική παράσταση τον αριθμό των γλυκών που έφαγαν στη γιορτή.

Λύση

Οποιοδήποτε γράμμα (ή σύμβολο) μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μεταβλητή και μια μεταβλητή μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη θέση οποιουδήποτε αριθμού. Για να εκφράσουμε μια φράση με αριθμητική παράσταση ακολουθούμε τρία βήματα:

1. Προσδιορίζουμε την άγνωστη ποσότητα.
2. Επιλέγουμε μια μεταβλητή για την άγνωστη ποσότητα.
3. Προσδιορίζουμε τις πράξεις ανάμεσα στους αριθμούς και τη μεταβλητή.

Στη συγκεκριμένη φράση:
1. Έχουμε έναν άγνωστο: τα γλυκά που έφερε η Σοφία.
2. Επιλέγουμε **σ** =τα γλυκά της Σοφίας.
3. Έφαγαν τα γλυκά της Σοφίας, συν 4, συν 10. Άρα έφαγαν
σ + 4 + 10, δηλαδή **σ + 14**.
Θα μπορέσουμε να υπολογίσουμε την τιμή της παράστασης όταν μάθουμε τον αριθμό που αντιπροσωπεύει η μεταβλητή της.

Απάντηση: Έφαγαν σ + 14 όπου σ τα γλυκά της Σοφίας.

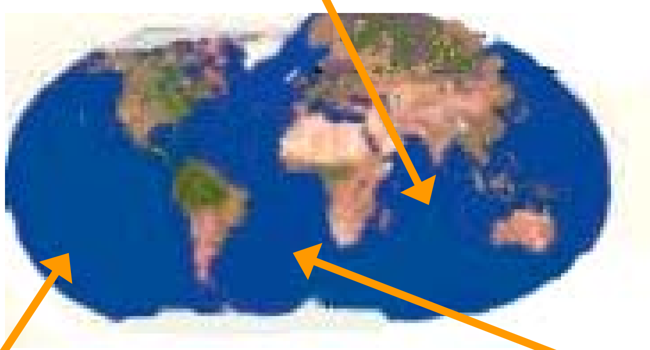
Εφαρμογή 2η

Υπολογίζω τις τιμές

Με βάση το σχήμα να εκφράσεις τις σχέσεις ανάμεσα στα μεγέθη των ωκεανών χρησιμοποιώντας μια

μεταβλητή. Αν ο Ατλαντικός έχει έκταση 100.000.000 τετρ. χλμ. υπολόγισε την έκταση των άλλων ωκεανών.

Ινδικός: Είμαι 30.000.000 τετραγωνικά χιλιόμετρα μικρότερος από τον Ατλαντικό.



Ειρηνικός: Εγώ είμαι διπλάσιος από τον Ατλαντικό.

Ατλαντικός: είμαι ο δεύτερος σε έκταση ωκεανός στον κόσμο.

Λύση – Απάντηση

1ο βήμα: Συμβολίζω την έκταση του Ατλαντικού με ένα γράμμα. Π.χ. το α και γράφω:

Η έκταση του Ατλαντικού: α

Η έκταση του Ειρηνικού

………………………………. τετρ. χμ.

Η έκταση του Ινδικού:

………………………………. τετρ. χμ.

2ο βήμα: Αντικαθιστώ τη μεταβλητή α με την τιμή της (100.000.000) και κάνω τις πράξεις.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

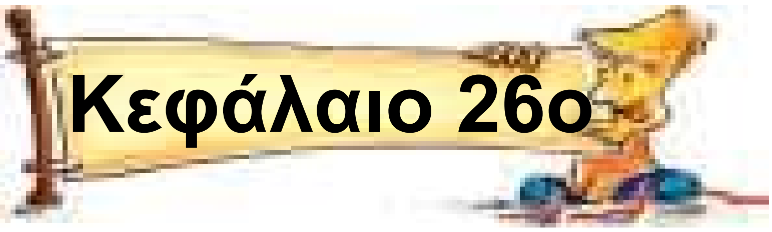
Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τον όρο: μεταβλητή. Χρησιμοποίησε μια μεταβλητή σε ένα δικό σου παράδειγμα.

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

→ Στην αριθμητική παράσταση $2 \cdot (♣ - 1)$ δεν υπάρχει μεταβλητή. ☐

→ Το γινόμενο $α^2$ είναι το εμβαδό τετραγώνου με πλευρά 2. ☐

→ Η ισότητα $2X = 2 \cdot X$ είναι σωστή. ☐



Κεφάλαιο 26ο

Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι προσθετέος

Μαθαίνω να ισορροπώ!

➞ Σχηματίζω την εξίσωση ενός προβλήματος.

➞ Λύνω μια εξίσωση με δοκιμές και έλεγχο.

➞ Λύνω μια εξίσωση χρησιμοποιώντας την αφαίρεση ως αντίστροφη πράξη της πρόσθεσης.

Δραστηριότητα 1η

Η Δέσποινα πήγε στο σχολείο με μερικά ψιλά στην τσέπη της. Στο δρόμο βρήκε 23 λεπτά. Όταν έφτασε στο σχολείο και μέτρησε τα

λεφτά της είδε ότι είχε 1,13 €. Πόσα χρήματα είχε άραγε όταν έφυγε από το σπίτι;

- **Χρησιμοποίησε μια μεταβλητή για να συμβολίσεις το ποσό που μας ζητάει να βρούμε.**

....

- **Μπορείς με τη βοήθεια της μεταβλητής που επέλεξες και τα ποσά που ήδη γνωρίζεις να εκφράσεις με μια ισότητα την κατάσταση που περιγράφει το πρόβλημα;**

....

- **Γράψε την ισότητα:**

....

- **Οι φίλοι της Δέσποινας διαφωνούν για τα λεπτά που είχε στην τσέπη της. Ο Ανδρέας λέει ότι ήταν 80, η Ειρήνη 85, ο Χρήστος 90 και η**

Πόπη 95 λεπτά. Ποιος έχει δίκιο και γιατί;

………………………………………………

………………………………………………

………………………………………………

Δραστηριότητα 2η

Η Μαρία αγόρασε στις διακοπές της ένα καλοκαιρινό μπλουζάκι που κόστιζε 12,50 € και ζήτησε από το κατάστημα να προσθέσουν επάνω μια σιδερότυπη στάμπα με το όνομα της. Στο τέλος πλήρωσε 18,40 €. Πόσο στοιχίζει η στάμπα;

- **Χρησιμοποίησε μια μεταβλητή για να συμβολίσεις το ποσό που μας ζητάει να βρούμε, και σχημάτισε την ισότητα με τα στοιχεία του προβλήματος:**

- **Αν η Μαρία μετανιώσει για τη στάμπα που πρόσθεσε στο μπλουζάκι της μπορεί να αναιρέσει αυτή τη διαδικασία;** ……………………………

- **Οι ενέργειες που αναιρούν η μία την άλλη λέγονται** ……………………
Γράψε τις αντίστροφες στις πιο κάτω ενέργειες:
Ανεβαίνω ………………………………
Προσθέτω ………………………………

- **Στα μαθηματικά αναιρείται η πρόσθεση;** ………………………………

- **Αν ναι με ποιον τρόπο;**

………………………………………………

- **Με βάση τις αντίστροφες πράξεις γράψε τις αφαιρέσεις που προκύπτουν από μια πρόσθεση, για παράδειγμα: 5 + 3 = 8**

…. – …. = …. και …. – …. = ….

- **Εφαρμόζοντας τις αντίστροφες πράξεις, τι θα κάνεις για να βρεις τον άγνωστο προσθετέο στην ισότητα που έγραψες για το πρόβλημα;**

……………………………………………

……………………………………………

Από τα προηγούμενα διαπιστώνουμε ότι ένα πρόβλημα μπορεί να εκφραστεί συμβολικά με μια ισότητα βάζοντας στη θέση του άγνωστου ποσού μια μεταβλητή.

Εξίσωση

Μια ισότητα που περιέχει έναν άγνωστο αριθμό, που συμβολίζουμε συνήθως με τα γράμματα x ή ψ ή z, …… κ.τ.λ., λέγεται **εξίσωση** με έναν άγνωστο.

Παράδειγμα $x + 5 = 12$

Η τιμή που επαληθεύει την εξίσωση ονομάζεται **λύση της εξίσωσης**.

Παράδειγμα

Η λύση της εξίσωσης x + 5 = 12 είναι ο αριθμός 7. Αν αντικαταστήσω τη μεταβλητή με το 7 έχω
7 + 5 = 12

Όταν ο άγνωστος έχει τη θέση προσθετέου, για να λύσω την εξίσωση αφαιρώ από το άθροισμα τον άλλο προσθετέο.

Παράδειγμα

Η λύση της εξίσωσης Χ + 5 = 12 είναι Χ = 12 – 5

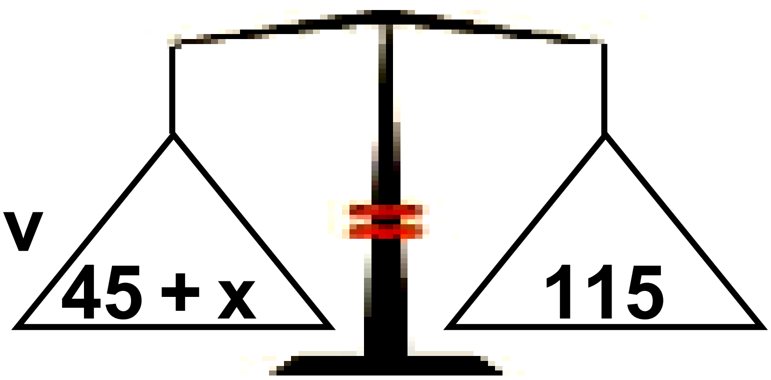
Η εξίσωση μοιάζει με μια ζυγαριά που ισορροπεί. Αν πρέπει να αφαιρέσω έναν αριθμό από τη μία πλευρά, για να συνεχίσει να

ισορροπεί, πρέπει να αφαιρέσω τον ίδιο αριθμό κι από την άλλη.

Εφαρμογή 1η

Η εξίσωση σαν ζυγαριά

Σε μια ζυγαριά με δύο δίσκους τοποθετούμε στον έναν βάρος 115 γραμμαρίων και στον άλλο 45 γραμμάρια. Πόσο βάρος πρέπει να τοποθετήσουμε ακόμη, ώστε να ισορροπήσει η ζυγαριά; Με τη βοήθεια μιας μεταβλητής, γράψε την εξίσωση που περιγράφει την κατάσταση αυτή και υπολόγισε τον άγνωστο.



Λύση

1. Ονομάζω την άγνωστη τιμή x. Η εξίσωση στη ζυγαριά είναι 45 + x = 115.

2. Σκέφτομαι πως για να ισορροπήσει η ζυγαριά πρέπει τα βάρη στους δυο δίσκους να είναι ίσα. Υπολογίζω με το νου πόσο είναι το x, προσθέτοντας όσο βάρος χρειάζεται στο 45 ώστε να γίνει 115. Έτσι 45 + … = 115. Άρα x = …

Απάντηση: Πρέπει να βάλουμε ακόμη ….. γραμμάρια στο δίσκο.

Εφαρμογή 2η

Λύση εξίσωσης με τις αντίστροφες πράξεις

Ο Λευτέρης είχε 16 κάρτες ποδοσφαιριστών, όταν άρχισε να παίζει με τον Γιώργο και κέρδισε μερικές από αυτόν. Τώρα έχει 27 κάρτες. Πόσες κάρτες κέρδισε από τον Γιώργο; Να εκφράσεις με εξίσωση το πρόβλημα και να το λύσεις.

Λύση

1. Άγνωστη τιμή είναι ο αριθμός των καρτών που κέρδισε ο Λευτέρης. Την ονομάζω κ.

2. Η εξίσωση είναι 16 + κ = 27. Για να λύσω την εξίσωση αφαιρώ από το άθροισμα τον άλλο προσθετέο:

3. κ = … - …   Άρα κ = …

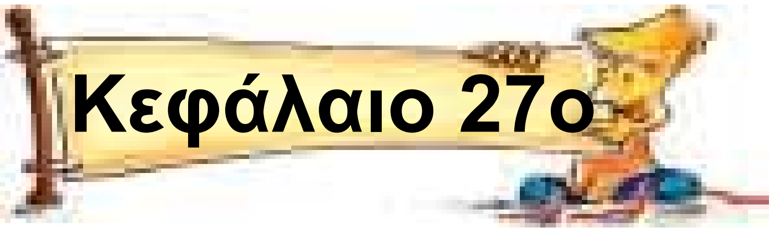
Απάντηση: Ο Λευτέρης κέρδισε …… κάρτες από τον Γιώργο.

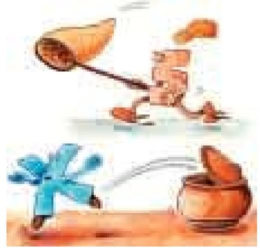
Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **εξίσωση** και **άγνωστος προσθετέος** και μάθαμε να λύνουμε εξισώσεις πρόσθεσης. Παρουσίασε ένα δικό σου παράδειγμα.

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

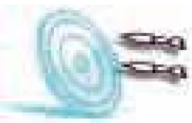
- **Λύση μιας εξίσωσης είναι η τιμή του άγνωστου που επαληθεύει την εξίσωση.** ☐
- **Η λύση της εξίσωσης 15 + α = 15 είναι το 1.** ☐
- **Σε μια εξίσωση πρόσθεσης, κάνεις αφαίρεση για να τη λύσεις.** ☐





Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι μειωτέος ή αφαιρετέος

Μαθηματικά σε κίνηση

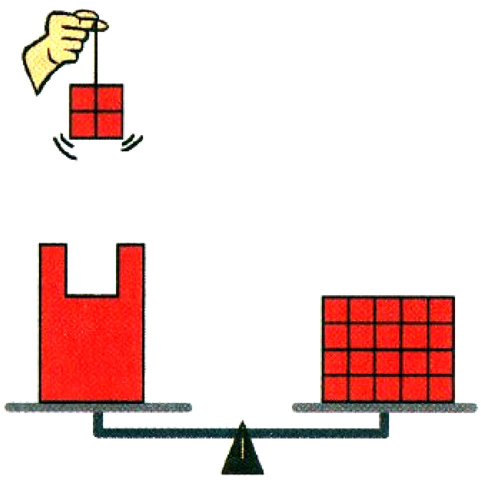


➞ Σχηματίζω την εξίσωση ενός προβλήματος.

➞ Χρησιμοποιώ τις αντίστροφες πράξεις της αφαίρεσης για να λύσω μια εξίσωση.

Δραστηριότητα 1η

Στη διπλανή ζυγαριά από έναν άγνωστο αριθμό κύβων (κ) αφαιρώ 4 κύβους και η ζυγαριά ισορροπεί.

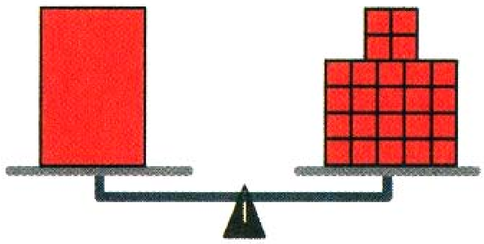


• **Γράψε την εξίσωση που περιγράφει αυτή την ισορροπία:**

...

• **Κατόπιν προσθέτω 4 κύβους σε κάθε πλευρά.**

• **Εξήγησε: Γιατί η ζυγαριά συνεχίζει να ισορροπεί;**



...

• **Αρχικά στον αριστερό δίσκο είχαμε κ - 4 κύβους. Τώρα πόσους έχουμε; ....**

• **Γράψε την ισότητα που περιγράφει τώρα την ισορροπία**

...

• **Παρατηρώντας τις αλλαγές που έγιναν, μπορείς να διατυπώσεις έναν κανόνα για τον τρόπο που βρίσκουμε τη λύση όταν ο άγνωστος της εξίσωσης είναι μειωτέος;**

………………………………………………………

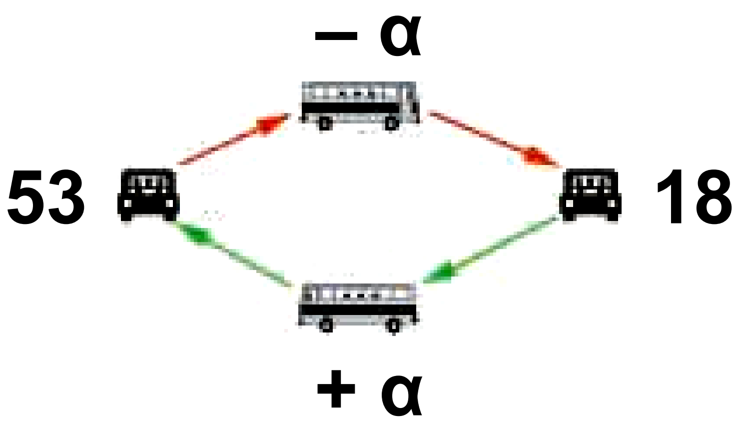
………………………………………………………

………………………………………………………

Δραστηριότητα 2η

Οι 53 αθλητές του σχολείου ανέβηκαν στο λεωφορείο που θα τους μετέφερε στο στάδιο. Τα αγόρια κατέβηκαν στην κεντρική είσοδο. Το λεωφορείο στη συνέχεια μετέφερε τις 18 αθλήτριες σε άλλη είσοδο στην άλλη πλευρά του σταδίου. Πόσα ήταν τα αγόρια;

- **Χρησιμοποιώντας τη μεταβλητή (α) γράψε την εξίσωση που εκφράζει το πρόβλημα:**
- **Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η μετάβαση στο στάδιο και η επιστροφή των παιδιών.**



• **Παρατήρησε τη σχέση που έχει το σύνολο των παιδιών (53) με τον αριθμό των αγοριών και των κοριτσιών και απάντησε στην ερώτηση:**
Τι θα κάνεις για να βρεις πόσα είναι τα αγόρια;

……………………………………………

……………………………………………

• **Υπολόγισε την τιμή του άγνωστου στην εξίσωση που έγραψες:**

……………………………………………

• **Μπορείς να διατυπώσεις και να γράψεις έναν κανόνα για τον τρόπο με τον οποίο βρίσκουμε τη λύση**

της εξίσωσης όταν ο άγνωστος είναι αφαιρετέος;

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

- **Γράψε την εξίσωση που εκφράζει την επιστροφή των παιδιών και υπολόγισε την τιμή του άγνωστου:**

……………………………………………

……………………………………………

Ολοκληρώνοντας τις προηγούμενες δραστηριότητες διαπιστώνουμε ότι:

Εξίσωση στην οποία ο άγνωστος είναι μειωτέος

Όταν ο άγνωστος είναι ο **μειωτέος**, για να λύσω την εξίσωση **προσθέτω στη διαφορά τον αφαιρετέο.**

Παράδειγμα

Η λύση της εξίσωσης x – 5 = 12 είναι: x = 12 + 5

Εξίσωση στην οποία ο άγνωστος είναι αφαιρετέος

Όταν ο άγνωστος είναι ο **αφαιρετέος**, για να λύσω την εξίσωση **αφαιρώ από τον μειωτέο τη διαφορά.**

Παράδειγμα

Η λύση της εξίσωσης 18 - x = 7 είναι: x = 18 - 7

Η ισορροπία της εξίσωσης διατηρείται αν προσθέσω και στα δυο μέρη τον ίδιο αριθμό.

Εφαρμογή 1η

Σχηματίζω και λύνω εξισώσεις

Η Δήμητρα πριν φύγει για το μάθημα της Μουσικής, πήρε από το πορτοφόλι της βιαστικά μερικά κέρματα και πήγε στο βιβλιοπωλείο. Αγόρασε ένα τετράδιο πενταγράμμου που έκανε 2,90 € και ένα ντοσιέ για τα φύλλα των ασκήσεων που έκανε 3,50 €. Όταν γύρισε είδε ότι είχε στην τσέπη της 2,30 €. Προσπάθησε να σχηματίσεις την εξίσωση και να υπολογίσεις πόσα χρήματα είχε πάρει από το πορτοφόλι.

Λύση

Ονομάζω x την άγνωστη τιμή (τα χρήματα που πήρε).

α΄ τρόπος:
Σχηματίζω την εξίσωση:
x – (2,90 + 3,50) = 2,30.
Κάνω πρώτα την πράξη στην παρένθεση: x - 6,40 = 2,30.
Για να λύσω την εξίσωση, προσθέτω στη διαφορά τον αφαιρετέο: x = 2,30 + 6,40.
Άρα x = 8,70.
Επαληθεύω την εξίσωση:
8,70 – (2,90 + 3,50) = 2,30

Απάντηση: Είχε πάρει 8,70 € από το πορτοφόλι της.

β΄ τρόπος: x – 2,30 = 2,90 + 3,50

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

γ΄ τρόπος: x = 2,90 + 3,50 + 2,30

……………………………………………

……………………………………………

Εφαρμογή 2η

Πόσα χρήματα του έπεσαν;

Ο Αριστοτέλης ξεκίνησε για το σχολείο με 1,20 € στην τσέπη του. Όταν έφτασε στο σχολείο, διαπίστωσε ότι η τσέπη του ήταν τρύπια και του είχαν μείνει μόνο 85 λεπτά. Πόσα χρήματα του έπεσαν στο δρόμο; Να εκφράσεις με μια εξίσωση το πρόβλημα του Αριστοτέλη και μετά να το λύσεις.

Λύση

Άγνωστη τιμή είναι τα λεπτά που έχασε ο Αριστοτέλης.
Την ονομάζω λ.
Με βάση το πρόβλημα σχηματίζω την εξίσωση: 1,20 – λ = 0,85.
Για να λύσω την εξίσωση αφαιρώ από το μειωτέο τη διαφορά:
λ = ……… – ……… Άρα λ = ………

Επαληθεύω την εξίσωση:
1,20 – .... = 0,85

Απάντηση: Του έπεσαν 35 λεπτά.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μάθαμε να βρίσκουμε τον άγνωστο όταν είναι μειωτέος ή αφαιρετέος σε μια εξίσωση. Παρουσίασε ένα παράδειγμα για κάθε περίπτωση.

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

→ Για να κάνω επαλήθευση, αντικαθιστώ τη μεταβλητή με την τιμή της. ☐

→ Για να «ισορροπήσουν» τα δυο μέρη μιας εξίσωσης αρκεί να προσθέσω ή να αφαιρέσω τον ίδιο αριθμό και από τα δυο μέρη. ☐

→ Οι εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι μειωτέος ή αφαιρετέος λύνονται με μια πρόσθεση. ☐

Περιεχόμενα 1ου τόμου

1η Θεματική Ενότητα

Αριθμοί και πράξεις

(Συνέχεια από 1ο τόμο)

2η Θεματική Ενότητα