

Μαθηματικά Στ' Δημοτικού

4ος τόμος

Κεφάλαια 41-50

**Γ' Κ.Π.Σ. / ΕΠΕΑΕΚ II / Ενέργεια 2.2.1 /
Κατηγορία Πράξεων 2.2.1.α:**

**«Αναμόρφωση των προγραμμάτων
σπουδών και συγγραφή νέων
εκπαιδευτικών πακέτων»**

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ

**Μιχάλης Αγ. Παπαδόπουλος
Ομότιμος Καθηγητής του Α.Π.Θ
*Πρόεδρος του Παιδαγωγ. Ινστιτούτου***

**Πράξη με τίτλο: «Συγγραφή νέων
βιβλίων και παραγωγή
υποστηρικτικού εκπαιδευτικού υλικού
με βάση το ΔΕΠΠΣ και τα ΑΠΣ για το
Δημοτικό και το Νηπιαγωγείο»**

**Επιστημονικός Υπεύθυνος Έργου
Γεώργιος Τύπας**

Μόνιμος Πάρεδρος του Παιδ. Ινστιτ.

**Αναπληρωτής Επιστημ. Υπεύθ. Έργου
Γεώργιος Οικονόμου**

Μόνιμος Πάρεδρος του Παιδ. Ινστιτ.

**Έργο συγχρηματοδοτούμενο 75% από
το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο και
25% από εθνικούς πόρους.**

ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ

Όλγα Κασώτη, Εκπαιδευτικός
Πέτρος Κλιάπης, Εκπαιδευτικός
Θωμάς Οικονόμου, Εκπαιδευτικός

ΚΡΙΤΕΣ – ΑΞΙΟΛΟΓΗΤΕΣ

Δέσποινα Πόταρη, Καθηγήτρια του
Πανεπιστημίου Πατρών
Δέσποινα Αγγελοπούλου,
Σχολική Σύμβουλος
Κωνσταντίνος Βρυώνης,
Εκπαιδευτικός

ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΣΗ

Ανδρέας Κατσαούνης,
Σκιτσογράφος-Εικονογράφος

ΦΙΛΟΛΟΓΙΚΗ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

Ευφροσύνη Ξιξή, Φιλολόγος

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

ΚΑΤΑ ΤΗ ΣΥΓΓΡΑΦΗ

Γεώργιος Τύπας, Μόνιμος Πάρεδρος
του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΤΟΥ ΥΠΟΕΡΓΟΥ

**Αθανάσιος Σκούρας,
Μόνιμος Πάρεδρος του
Παιδαγωγικού Ινστιτούτου**

ΕΞΩΦΥΛΛΟ

**Νικόλαος Ναυρίδης,
Εικαστικός καλλιτέχνης**

**ΠΡΟΕΚΤΥΠΩΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ
ACCESS ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΤΕΧΝΕΣ Α.Ε.**

**Στη συγγραφή του δεύτερου μέρους
(1/3) έλαβε μέρος και ο Κώστας
Ζιώγας, Εκπαιδευτικός**

**ΔΙΑΣΚΕΥΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ
ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ
ΜΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΟΡΑΣΗΣ**

***Ομάδα Εργασίας*
Αποφ. 16158/6-11-06 και
*75142/Γ6/11-7-07 ΥΠΕΠΘ***

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ,
ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ**

**Πέτρος Κλιάπης Όλγα Κασώτη
Θωμάς Οικονόμου**

Μαθηματικά Στ' Δημοτικού

4ος τόμος

Κεφάλαια 41-50

Κεφάλαιο 41ο



Βρίσκω το ποσοστό

Παίζοντας με τα ποσοστά



→ Κατανοώ τη σχέση μεταξύ κλάσματος, ποσοστού και δεκαδικού αριθμού.

→ Εκφράζω ποσοστό στα 100 (%) με κλάσμα και δεκαδικό αριθμό.

→ Βρίσκω το ποσοστό ενός ποσού όταν ξέρω το ποσοστό στα 100 (%).

Δραστηριότητα 1η

- Στην εικόνα της επόμενης σελίδας βλέπεις ένα βάτραχο. Κάτω από την εικόνα υπάρχει η ένδειξη 0,5 x. Τι νομίζεις ότι σημαίνει;



ΒΑΤΡΑΧΟΣ 0,5 x

Στα φωτοαντιγραφικά μηχανήματα, για να μεγεθύνεις ή να σμικρύνεις το φωτοαντίγραφο πρέπει να αλλάξεις την ένδειξη του ποσοστού.

50%	↔	200%	100%
◀ Σμίκρυνση/Μεγέθυνση ▶			

- Ποια ένδειξη θα έβαζες για να πάρεις μια εικόνα που θα είναι μισή από την αρχική σου εικόνα;

- Μετρώντας τις διαστάσεις των δύο εικόνων, της επόμενης σε-λίδας βρίσκουμε τη σχέση τους

$$\frac{\text{τελικό μέγεθος}}{\text{αρχικό μέγεθος}} = \frac{10 \text{ εκ.}}{20 \text{ εκ.}} =$$

$$= \frac{\dots\dots}{100} = 0,\dots\dots$$



- Η τελική εικόνα είναι το% της αρχικής.

Δραστηριότητα 2η

Στις 4/7/2004 η Εθνική Ομάδα ποδοσφαίρου της Ελλάδας έπαιξε στον τελικό του Ευρωπαϊκού Πρωταθλήματος και στέφθηκε πρωταθλήτρια Ευρώπης. Όλοι οι Έλληνες πανηγύρισαν την κατάκτηση του κυπέλλου, λίγοι όμως ήταν αυτοί που είχαν την ευκαιρία να βρίσκονται στο στάδιο. Το στάδιο «Ντα Λουζ» της Λισαβόνας χωρούσε 65.000 άτομα και ήταν πλήρες. Από το σύνολο των εισιτηρίων, καθεμία από τις ομάδες πήρε το 25%, ενώ τα υπόλοιπα είχαν προπωληθεί. Πόσα ήταν τα εισιτήρια που είχε η ελληνική ομάδα στη διάθεσή της;



- Πώς θα βρεις το μέρος (25%) όταν ξέρεις το σύνολο, (65.000);

.....
.....
.....
.....

- Να εκφράσεις τώρα το ποσοστό 25% με τη δεκαδική του μορφή:

.....

- Κάνε τώρα την ίδια πράξη με τον δεκαδικό αριθμό:

.....
.....

Από τις παραπάνω δραστηριότητες διαπιστώνουμε ότι μπορούμε να εκφράσουμε το ποσοστό με πολλούς τρόπους.

Ποσοστό ενός ποσού

Το ποσοστό στα εκατό (%) μπορεί να γραφεί ως δεκαδικός αριθμός, που δηλώνει εκατοστά.

Τα κλάσματα είναι δυνατό να μετατραπούν σε ποσοστά αν τα μετατρέψουμε στα ισοδύναμα τους εκατοστιαία ή αν κάνουμε τη διαίρεση ανάμεσα στους όρους (με προσέγγιση εκατοστού).

Παράδειγμα

$$45\% \left(= \frac{45}{100} \right) = 45 : 100 = 0,45$$

$$\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{20}{100} = 20\% \text{ ή}$$

$$\frac{1}{5} = 1 : 5 = 0,20 = 20\%$$

**Βρίσκω το ποσοστό σημαίνει
βρίσκω το μέρος του όλου.**

Παράδειγμα

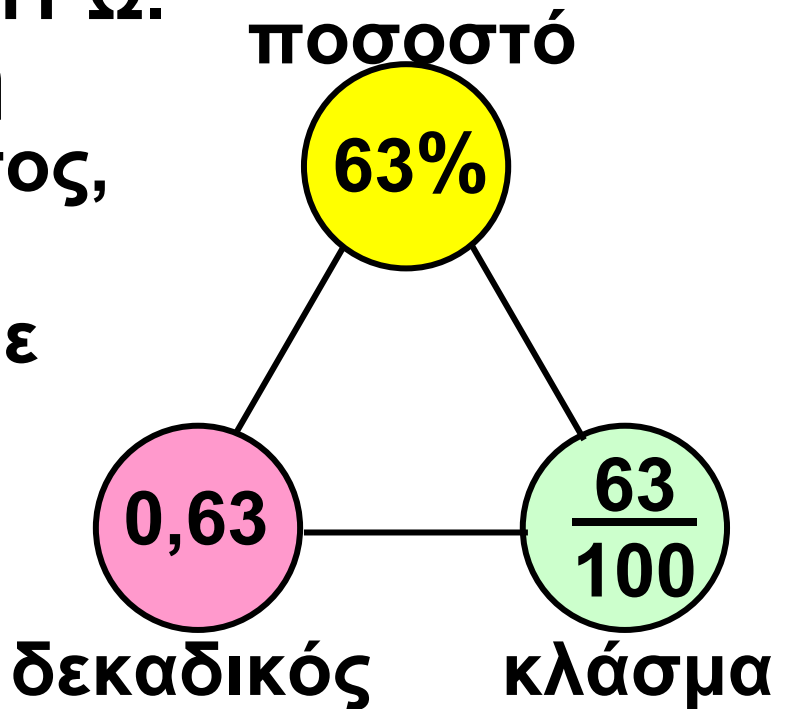
Το 15% του 70 είναι:

$$\frac{15}{100} \cdot 70 = 10,5 \text{ ή } 0,15 \cdot 70 = 10,5$$

Εφαρμογή 1η

Εκφράζω το ποσό 63 λεπτά ως ποσοστό του ΕΥΡΩ.

Το γράφω με τη μορφή κλάσματος, με τη μορφή δεκαδικού και με το σύμβολο του ποσοστού.



Λύση - Απάντηση:

- με μορφή κλάσματος: $\frac{63}{100}$
- με μορφή δεκαδικού:
- με σύμβολο ποσοστού: 63%

Εφαρμογή 2η

Στη συσκευασία ενός γιαουρτιού

αναγράφεται: «Γιαούρτι από αγελαδινό γάλα. Βάρος 200 γραμμάρια, λιπαρά 3%». Τρώγοντας το συγκεκριμένο γιαούρτι πόσα λιπαρά θα καταναλώσω;

Λύση:

Το ποσοστό 3% εκφράζει την περιεκτικότητα σε λιπαρά,

δηλαδή το λόγο $\frac{\text{βάρος λιπαρών}}{\text{βάρος γιαουρτιού}}$.

Πρέπει να βρω την ποσότητα των λιπαρών που περιέχονται στα 200 γραμμάρια γιαουρτιού.

Πολλαπλασιάζω τα 200 γρ. με το

κλάσμα $\frac{3}{100}$ (ή με το δεκαδικό 0,03)

και βρίσκω $\frac{600}{100}$ ή 6 γρ.

Μπορείς να λύσεις το πρόβλημα με άλλο τρόπο σκέψης.

Απάντηση: Θα καταναλώσω 6 γραμμάρια λιπαρά.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό εκφράσαμε τα ποσοστά με τρεις τρόπους και μάθαμε να βρίσκουμε το ποσοστό ενός ποσού. Μπορείς να εξηγήσεις με ένα δικό σου παράδειγμα;

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

→ Το ποσοστό μπορεί να εκφραστεί μόνο με κλάσμα.

→ Η μετοχή κέρδισε 0,06 της αξίας της, δηλαδή 6%.

→ Ο ένας στους τέσσερις $\left(\frac{1}{4}\right)$ είναι το 25% του συνόλου.

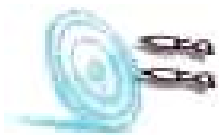
Κεφάλαιο 42ο

ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ

Λύνω προβλήματα
με ποσοστά:

Βρίσκω την τελική τιμή

Ποσοστά της αλλαγής



→ Κατανοώ τη σχέση μεταξύ αρχικής τιμής, ποσοστού και τελικής τιμής.

→ Λύνω προβλήματα γνωρίζοντας την αρχική τιμή και το ποσοστό και ζητώντας την τελική τιμή.

Δραστηριότητα 1η

Καθημερινά ακούμε ή διαβάζουμε στα Μ.Μ.Ε. πληροφορίες, όπως:



– Η τιμή του ψωμιού αυξήθηκε τον τελευταίο χρόνο κατά 3%.

– Οι τιμές των υπολογιστών μειώθηκαν από πέρυσι κατά 8%.

– Η τουριστική κίνηση στη Σάμο ήταν φέτος αυξημένη κατά 12%.

• Τι νομίζεις ότι χρειάζεται να γνωρίζει κάποιος για να μας δώσει αυτές τις πληροφορίες;

.....
.....

• Αν εκτός από τις παραπάνω πληροφορίες γνωρίζεις και τις περσινές τιμές, μπορείς να υπολογίσεις τις φετινές τιμές;

• Αν ναι, με ποιον τρόπο

.....
.....

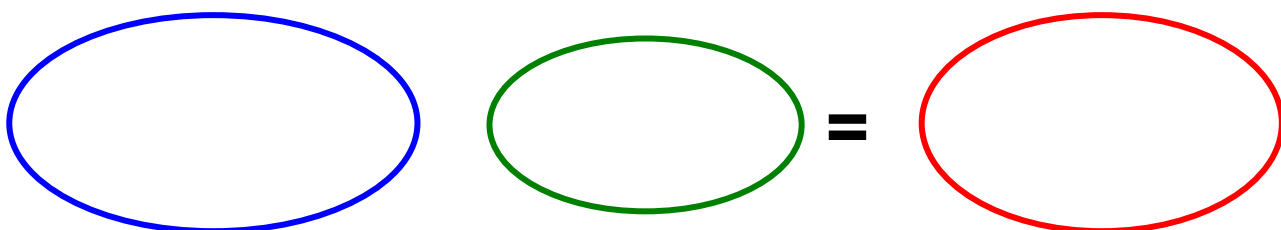
Δραστηριότητα 2η

Η Αγγελική θέλει να αγοράσει καινούριο υπολογιστή. Βρήκε έναν στο διαφημιστικό φυλλάδιο κάποιου καταστήματος με 550 €. Προσέχει όμως ότι, στην άκρη του φυλλαδίου, γράφει ότι στην τιμή δεν συμπεριλαμβάνεται ο Φ.Π.Α. (18%). Μπορείς να βρεις πόσο θα πληρώσει τελικά γι' αυτόν τον υπολογιστή;

- Τι είναι αυτό που πρέπει να υπολογίσουμε πρώτα;
- Κάνε την πράξη:
- Ποια είναι τα στοιχεία του προβλήματος των οποίων γνωρίζεις τώρα τις τιμές;
- Γράψε στο παρακάτω σχήμα τα



δύο γνωστά στοιχεία του προβλήματος (όχι τις τιμές) (στο πράσινο και στο μπλε πλαίσιο) και το ένα άγνωστο και συμπλήρωσε ανάμεσα τους, τα σύμβολα που δείχνουν τη σχέση μεταξύ τους.



- Μπορείς τώρα να απαντήσεις στην Αγγελική πόσο θα πληρώσει για τον υπολογιστή;

.....

Από τα παραπάνω διαπιστώνουμε ότι πολλές φορές το ποσοστό δηλώνει πόσο άλλαξε η αρχική τιμή ενός ποσού προσθετικά (αύξηση) ή αφαιρετικά (μείωση)

Βρίσκω την τελική τιμή ενός ποσού

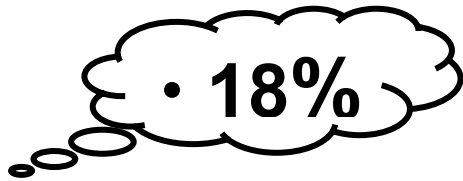
Όταν η τιμή ενός ποσού αυξάνεται ή μειώνεται, το ποσοστό είναι το μέρος του ποσού που δηλώνει πόση αύξηση ή μείωση υπάρχει στην αρχική τιμή του ποσού. Αν δεν γνωρίζουμε το ποσοστό επί της τιμής (αλλά μόνο το ποσοστό %), βρίσκουμε πρώτα αυτό, που τώρα ονομάζεται αύξηση ή μείωση της αρχικής τιμής. Η τελική τιμή του ποσού προκύπτει, όταν στην αρχική τιμή προσθέσουμε την αύξηση ή αφαιρέσουμε τη μείωση (το ποσοστό).

Παραδείγματα

$$\text{αρχική τιμή} (+ -) \text{Ποσοστά} = \text{τελική τιμή}$$

$$19 / 100$$

Πώς προκύπτει η τελική τιμή του υπολογιστή της δραστηριότητας 2:



$$550 \text{ €} + 99 \text{ €} = 649 \text{ €}$$

Τα ποσά στα ποσοστά είναι πάντα ανάλογα. [Π.χ: Το κέρδος στα βιβλία είναι 20%. Αφού στα 100 € το κέρδος είναι 20 €, στα διπλάσια (200 €) είναι διπλάσιο (40 €), στα τριπλάσια (300 €) το τριπλάσιο (60 €) κ.ο.κ.]

Άρα μπορούμε να λύνουμε τα προβλήματα ποσοστών με τις μεθόδους που λύνουμε τα προβλήματα των ανάλογων ποσών (αναγωγή στη μονάδα, αναλογία, απλή μέθοδος των τριών). Και στις τρεις μεθόδους η μία από τις τιμές

είναι το 100 (ή το 1000 αν πρόκειται για ποσοστό ‰).

Εφαρμογή

Το βιβλιοπωλείο της γειτονιάς κάνει έκπτωση 30% στα βιβλία του. Είναι ευκαιρία να αγοράσεις ένα μεγάλο λεξικό που κόστιζε 25 €. Πόσο θα το αγοράσεις τώρα;

Λύση:



Γνωρίζω την αρχική τιμή και το ποσοστό %.

1. Θα βρω τη μείωση της αρχικής τιμής (την έκπτωση):

$$\frac{30}{100} \cdot 25 = 0,3 \cdot 25 = 7,5$$

2. Θα αφαιρέσω την έκπτωση από την αρχική τιμή:

$$25 - 7,5 = 17,5$$

Απάντηση: Μετά την έκπτωση το λεξικό θα κοστίζει 17,5 €

Μπορείς να λύσεις το πρόβλημα με μία από τις τρεις μεθόδους, όπως λύνεις τα προβλήματα με ανάλογα ποσά. Πρέπει να προσέξεις όμως στην κατάταξη πώς θα βάλεις τις τιμές και ίσως χρειαστεί να κάνεις κάποια πράξη στο ποσοστό % με το νου, για να βρεις τις τιμές που χρειάζονται.

Για παράδειγμα με αναλογία: Αφού θέλω να βρω κατευθείαν την τελική τιμή για το βιβλίο που κόστιζε αρχικά 25 €, πρέπει να σκεφτώ, ποια θα ήταν η τελική τιμή ενός βιβλίου που κόστιζε αρχικά 100 €. Η έκπτωσή του θα ήταν 30 € (έκπτωση 30%). Άρα θα κόστιζε αρχικά 70 €.

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ	
Κόστος μετά την έκπτωση	70	X
Κόστος πριν την έκπτωση	100	25

$$\frac{\text{τελική τιμή} \rightarrow 70}{\text{αρχική τιμή} \rightarrow 100} = \frac{X}{25}$$

Μπορείς να το λύσεις συνεχίζοντας με τα σταυρωτά γινόμενα ($100 \cdot x = 70 \cdot 25$) ή από την αρχή με κάποια άλλη από τις μεθόδους λύσης προβλημάτων ανάλογων ποσών.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε τη σχέση: αρχική τιμή - ποσοστό - τελική τιμή και μάθαμε να βρίσκουμε την τελική τιμή. Μπορείς να δώσεις ένα δικό σου παράδειγμα;

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

→ Το ποσοστό μπορεί να εκφράζει την αύξηση ή τη μείωση της αρχικής τιμής

→ Η τελική τιμή προκύπτει αν πολλαπλασιάσω το ποσοστό % με την αρχική τιμή

Κεφάλαιο 43ο



Λύνω προβλήματα με ποσοστά:
Βρίσκω την αρχική τιμή

Από πού έρχομαι;



→ Μελετώ τη σχέση μεταξύ αρχικής τιμής, ποσοστού και τελικής τιμής.

→ Βρίσκω την αρχική τιμή σε προβλήματα ποσοστών.

Δραστηριότητα 1η

Ένα μαγαζί με ποδήλατα διαφημίζει ότι έχει βάλει έκπτωση 35% σε όλα τα είδη του. Βλέπεις στη βιτρίνα ένα ποδήλατο που κοστίζει μετά την έκπτωση 78 €. Πόσο κόστιζε αρχικά;

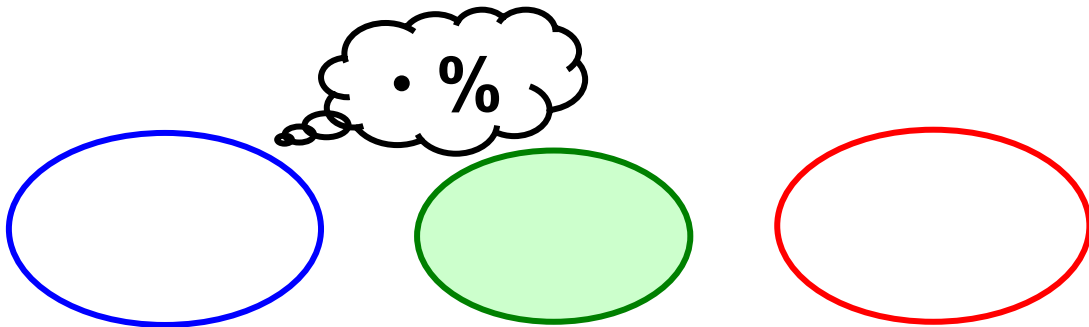


ΕΚΠΤΩΣΕΙΣ

- Σε τι διαφέρει το πρόβλημα αυτό από τα προβλήματα ποσοστών του προηγούμενου μαθήματος;

.....
.....

- Θυμήσου το σχήμα του προηγούμενου μαθήματος σχετικά με τις διάφορες τιμές στα προβλήματα ποσοστών και συμπλήρωσε τις τιμές του προβλήματος. Στη θέση των άγνωστων τιμών μπορείς να βάλεις μεταβλητές.



- Στο συγκεκριμένο ποδήλατο γνωρίζεις την τιμή και ψάχνεις

- Στο κλάσμα $\frac{35}{100}$ (ποσοστό %)

το 100 δηλώνει την τιμή ενός ποδηλάτου.

• Να βρεις την τελική τιμή για το ποδήλατο των 100 €

• Τώρα μπορείς να συμπληρώσεις τον πίνακα και την αναλογία:

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ	
Κοστίζει μετά την έκπτωση		
Κόστιζε πριν την έκπτωση	100	

$$\frac{\text{τελική τιμή}}{\text{αρχική τιμή}} = \frac{\quad}{100}$$

• Μπορείς να το λύσεις με όποια άλλη από τις μεθόδους των ανάλογων ποσών θέλεις.

Δραστηριότητα 2η

Το πρωί η Βασιλική διάβασε πάνω στο κουτί με το γάλα: «Πίνοντας 500 ml γάλα (2 μεγάλα ποτήρια) ο οργανισμός μας παίρνει το 75% της Συνιστώμενης Ημερήσιας Ποσότητας ασβεστίου». Είδε στο διατροφικό πίνακα ότι 100 ml γάλα περιέχουν 120 mg ασβέστιο και σκέφτηκε να υπολογίσει πόσα mg ασβεστίου χρειάζεται ο οργανισμός καθημερινά.



**ΦΡΕΣΚΟ
ΓΑΛΑ**

- Τι πρέπει να βρούμε πρώτα;

.....
.....

- Κάνε την πράξη:

.....

- Αυτό που βρήκες είναι το σύνολο των αναγκών ή το μέρος;

- Είναι αρκετό αυτό που βρήκες, μαζί με το 75% για να εφαρμόσεις κάποια από τις μεθόδους λύσης των προβλημάτων με ποσοστά;

.....

- Επέλεξε μια μέθοδο και εξήγησε πώς θα έλυνες το πρόβλημα.

.....

.....

.....

.....

Από τα παραπάνω διαπιστώνουμε ότι, στα προβλήματα ποσοστών, επειδή ο αριθμός 100 είναι πάντα γνωστός, αρκεί να ξέρουμε δύο τιμές για να βρούμε την άγνωστη.

Βρίσκω την αρχική τιμή ενός ποσού

Όταν το ζητούμενο σ' ένα πρό-

βλημα με ποσοστά είναι η αρχική τιμή, για να την υπολογίσουμε αρκεί να γνωρίζουμε το ποσοστό % και μια τιμή ακόμα.

Δεν είναι απαραίτητο να υπολογίσουμε την τιμή που δεν χρειάζεται (π.χ. στο παρακάτω παράδειγμα δεν χρειάζεται να υπολογίσουμε το κέρδος, δηλαδή την αύξηση).

Παράδειγμα

Πόσο αγοράζει την εφημερίδα το περίπτερο όταν την πουλάει 2 € και το ποσοστό κέρδους είναι 25%;

Λύση: Γνωρίζω το ποσοστό κέρδους στα % και την τελική τιμή πώλησης.

**1. Θα υπολογίσω την τελική τιμή όταν η αρχική τιμή είναι 100 €:
Αν αγοράζει την εφημερίδα 100 € (αρχική τιμή) και κερδίζει 25 €**

(κέρδος), άρα την πουλάει 125 € (τελική τιμή).

2. Συμπληρώνω την αναλογία:

$$\frac{\text{τελική τιμή} \rightarrow 125}{\text{αρχική τιμή} \rightarrow 100} = \frac{2}{x}$$

Απάντηση: Αγοράζει την εφημερίδα 1,6 €.

Σε προβλήματα στα οποία το ποσοστό δηλώνει μέρος του συνόλου και όχι κάποια αύξηση ή μείωση της αρχικής τιμής δεν υπάρχει τελική τιμή.

Παράδειγμα

Στη 2η δραστηριότητα της προηγούμενης σελίδας, πρώτα βρίσκουμε το **ποσοστό** στην αρχική τιμή, που είναι το **μέρος**: $5 \cdot 120 = 600$ mg ασβέστιο και μετά την **αρχική τιμή**, που είναι το **σύνολο**:

$$\frac{\text{ποσοστό} \rightarrow 75}{\text{αρχική τιμή} \rightarrow 100} = \frac{600}{x}$$

$$75 \cdot x = 600 \cdot 100$$

$$75 \cdot x = 60.000,$$

$$\text{άρα } x = 60.000 : 75,$$

$$\text{άρα } x = 800 \text{ mg ασβέστιο}$$

Εφαρμογή

Ρωτήσαμε κάποιους μαθητές ηλικίας 12 - 14 ετών «πόσο συχνά σερφάρετε στο ίντερνέτ;» Οι 210 μαθητές (ποσοστό 70%) απάντησαν «μια φορά την εβδομάδα». Οι υπόλοιποι απάντησαν «μια φορά το μήνα». Πόσοι ήταν οι υπόλοιποι μαθητές;

Λύση

Γνωρίζω το ποσοστό στα % και το ποσοστό στην αρχική τιμή. Δεν



ξέρω την αρχική τιμή
(πόσοι ήταν όλοι οι
μαθητές).



Άρα μπορώ κατευθείαν να
συμπληρώσω την αναλογία:

$$\frac{\text{ποσοστό} \rightarrow 70}{\text{αρχική τιμή} \rightarrow 100} = \frac{210}{x}$$

$$70 \cdot x = 210 \cdot 100$$

$$70 \cdot x = \dots\dots\dots$$

$$x = \dots\dots\dots \quad x = \dots\dots\dots$$

Άρα όλοι οι μαθητές ήταν 300.

Οι υπόλοιποι μαθητές ήταν

$$300 - 210 = 90$$

Απάντηση: Οι υπόλοιποι μαθητές
ήταν 90.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

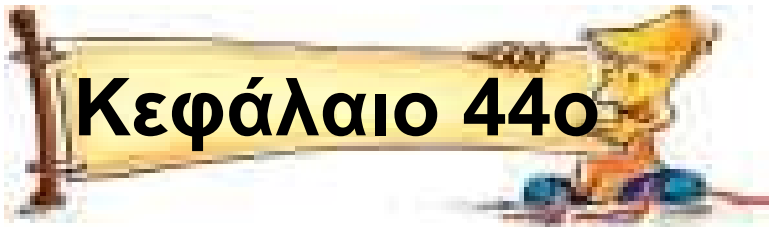
Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε τη σχέση: αρχική τιμή - ποσοστό - τελική τιμή και μάθαμε να βρίσκουμε την αρχική τιμή. Μπορείς να εξηγήσεις με ένα δικό σου παράδειγμα;

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

→ Για να υπολογίσω την αρχική τιμή αρκεί να ξέρω άλλες δύο τιμές.

→ Στα προβλήματα ποσοστών πάντα υπάρχει τελική τιμή.

→ Σε μια έρευνα το δείγμα είναι μέρος του συνολικού πληθυσμού



**Λύνω προβλήματα με ποσοστά:
Βρίσκω το ποσοστό %**

Για να μη λέμε πολλά...



→ Κατανοώ την ανάγκη
χρήσης του ποσοστού (%).

→ Βρίσκω το ποσοστό στα εκατό
(%) σε προβλήματα ποσοστών.

Δραστηριότητα 1η

**Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται ο
πληθυσμός της Ελλάδας κατά τις
απογραφές του 1971 και 2001.**

**ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ
ΕΛΛΑΔΑΣ ΚΑΤΑ ΦΥΛΛΟ ΚΑΙ
ΟΜΑΔΕΣ ΗΛΙΚΙΩΝ**

	1971	2001
Σύνολο Ελλάδας	8.768.372	10.964.020
0 – 14 ετών	2.223.904	1.666.888
15 – 64 ετών	5.587.352	7.423.899
64 ετών και άνω	957.116	1.873.243

- Τι παρατηρείς σχετικά με τον πληθυσμό των παιδιών (0 - 14 ετών);
 - Βρες πόσο μειώθηκε αυτή η πληθυσμιακή ομάδα (μπορείς να χρησιμοποιήσεις υπολογιστή τσέπης)
-

- Γιατί δεν είναι εύκολο να εκφράσεις (και να θυμάσαι) τη μείωση και να κάνεις συγκρίσεις χρησιμοποιώντας τις τιμές του πίνακα;
- Για να εκφράσεις τη μείωση ως ποσοστό στους 100 κατοίκους (%), κάτι που είναι πιο εύκολο να διαχειριστείς, τι είναι αυτό που πρέπει να βρεις;

.....

.....

- Συμπλήρωσε τον πίνακα ποσών και τιμών. Μπορείς να συνεχίσεις με όποια μέθοδο θέλεις για να βρεις την τιμή του άγνωστου.

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ	
Μείωση κατοίκων		X
Αρχικός αριθμός κατοίκων		100

- Αυτό που θα βρεις είναι ότι από το 1971 ως το 2001, ο πληθυσμός της Ελλάδας στην ηλικιακή ομάδα 0 - 14 ετών παρουσίασε μείωση %.

Δραστηριότητα 2η



ΕΚΠΤΩΣΕΙΣ

Ένα μαγαζί διαφημίζει εκπτώσεις από 10% ως 40%. Βλέπεις ένα τζιν μπουφάν του οποίου η αρχική τιμή ήταν 38 € και η τελική 28,5 €. Πόσο στα εκατό (%) ήταν η έκπτωση;

- Συμπλήρωσε το λόγο $\frac{\quad}{100}$,

βάζοντας στη θέση του άγνωστου μια μεταβλητή.

- Γράψε τώρα με λόγια τους όρους σ' αυτό το κλάσμα:

- Αφού θέλεις να βρεις κατευθείαν την έκπτωση στα 100 €, τι πρέπει να βρεις πρώτα για να φτιάξεις τον πίνακα ποσών και τιμών με τα δεδομένα που σου χρειάζονται;
-

- Κάνε αυτή την πράξη με το νου και συμπλήρωσε τον πίνακα:

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ	
Έκπτωση		
		100

- Τώρα μπορείς να συμπληρώσεις την αναλογία:

$$\frac{\text{έκπτωση} \rightarrow}{\text{αρχική τιμή} \rightarrow} = \frac{\quad}{100}$$

- Μπορείς να το λύσεις με όποια άλλη από τις μεθόδους των ανάλογων ποσών θέλεις.

Από τα παραπάνω διαπιστώνουμε ότι σε πολλές περιπτώσεις είναι χρήσιμο να εκφράσουμε ένα μέρος ενός ποσού ως ποσοστό στα εκατό (%).

Βρίσκω το ποσοστό στα εκατό (%)

Η τιμή στην οποία υπολογίζεται το ποσοστό είναι η αρχική τιμή. Όταν το ζητούμενο σε ένα πρόβλημα είναι το ποσοστό %, δηλαδή το ποσοστό σε αρχική τιμή 100, για να το βρούμε πρέπει να γνωρίζουμε την αρχική τιμή και την αύξηση ή τη μείωση στην αρχική τιμή.

Παράδειγμα

Ένα βιβλιοπωλείο αγοράζει ένα βιβλίο 8 € και το πουλά 14 €. Πόσο στα εκατό (%) είναι το κέρδος του;

Λύση:

Γνωρίζω την τιμή αγοράς (αρχική τιμή) και την τιμή πώλησης (τελική τιμή).

α. Υπολογίζω το ποσοστό κέρδους στην αρχική τιμή:

$$14 - 8 = 6 \text{ € κέρδος}$$

β. Συμπληρώνω την αναλογία:

$$\frac{\text{κέρδος} \rightarrow}{\text{αρχική τιμή} \rightarrow} = \frac{6}{8} = \frac{x}{100}$$

Απάντηση: Το κέρδος του είναι 75%.

Αν γνωρίζουμε την τελική τιμή και δεν γνωρίζουμε την αρχική τιμή ή το ποσοστό αύξησης ή μείωσης στην αρχική, μπορούμε να υπολογίσουμε πρώτα αυτό που δεν γνωρίζουμε και μετά να συνεχίσουμε για να βρούμε το ποσοστό στα εκατό (%).

Παράδειγμα

Στη 2η δραστηριότητα της προηγούμενης σελίδας, πρώτα βρίσκουμε την έκπτωση στην αρχική τιμή:

$38 - 28,50 = 9,50$ € έκπτωση
και μετά την έκπτωση στα 100,
δηλαδή το ποσοστό %

$$\frac{\text{έκπτωση} \rightarrow 9,50}{\text{αρχική τιμή} \rightarrow 38} = \frac{x}{100}$$

$$38 \cdot x - 9,50 \cdot 100$$

$$38 \cdot x = 950 \text{ άρα } x = 950 : 38$$

$$x = 25\% \text{ έκπτωση}$$

Εφαρμογή

Το οικόπεδο του σχολείου έχει μήκος 60 μέτρα και πλάτος 45 μέτρα. Το κτίριο καταλαμβάνει 675 τετραγωνικά μέτρα και το υπόλοιπο είναι αυλή. Τι ποσοστό στα 100 (%)

της επιφάνειας του οικοπέδου είναι χτισμένο και τι ποσοστό είναι ακάλυπτο;

Λύση:

α. Βρίσκω τη συνολική έκταση του οικοπέδου (αρχική τιμή), που είναι η τιμή στην οποία θα υπολογίσω το ποσοστό:
 $60 \cdot 45 = 2700$ τετραγωνικά μέτρα



β. Το ποσοστό κάλυψης του οικοπέδου είναι 675 στα 2.700.

γ. Συμπληρώνω την αναλογία:

$$\frac{\text{ποσοστό} \rightarrow}{\text{αρχική τιμή} \rightarrow} = \frac{675}{2700} = \frac{x}{100}$$

$$2700 \cdot x = 675 \cdot 100$$

$$2700 \cdot x = \dots\dots\dots x = \dots\dots\dots$$

$$x = \dots\dots\dots$$

Απάντηση: Το ποσοστό στα 100 (%) της επιφάνειας του οικοπέδου που είναι χτισμένο είναι 25% και το

ακάλυπτο μέρος είναι το υπόλοιπο, δηλαδή 75%.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε τη σχέση αρχική τιμή – ποσοστό – τελική τιμή και μάθαμε να βρίσκουμε το ποσοστό %. Μπορείς να εξηγήσεις με ένα δικό σου παράδειγμα;

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

→ Στο ποσοστό % το 100 είναι αρχική τιμή.

→ Για να βρω το ποσοστό % πρέπει να ξέρω το ποσοστό στην αρχική τιμή.

Ανακεφαλαίωση

Λόγοι – Αναλογίες

Όταν μιλάμε συμβολικά

- **Ανάλογα ποσά**

πίνακας

α	3	4	6	8
β	6	8	12	16

σχέση

$$\frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{6}{12} = \frac{8}{16} = 0,5 \quad \frac{\alpha}{\beta} = 0,5$$

- **Αντιστρόφως ανάλογα ποσά**

πίνακας

α	3	4	6	8
β	6	8	12	16

σχέση

$$4 \cdot 10 = 5 \cdot 8 = 40 \quad \alpha \cdot \beta = 40$$

- **Ποσοστό**

- μέρος κάποιου ποσού που δηλώνει τη σχέση μέρος προς ποσό

- **Ποσοστό %**

- ένα μέρος του 100 που εκφράζεται ως λόγος, ως δεκαδικός ή με το σύμβολο %

- **Αρχική τιμή**

- η τιμή του αρχικού ποσού πάνω στην οποία υπολογίζεται το ποσοστό

- **Τελική τιμή**

- η τιμή που προκύπτει όταν το ποσοστό αφαιρεθεί ή προστεθεί στην αρχική τιμή

- η σχέση που τα συνδέει

- φαίνεται συμβολικά στο σχήμα:



Περιπτώσεις προβλημάτων ποσοστών

Βρίσκουμε το ποσοστό

- όταν γνωρίζουμε το μέρος και την αρχική τιμή

- κάνουμε διαίρεση π.χ.:
ποσοστό 3 στα 12

$$\frac{3}{12} \text{ δηλαδή } 3 : 12 = 0,25$$

- όταν γνωρίζουμε το ποσοστό στα εκατό (%) και την αρχική τιμή

- κάνουμε πολλαπλασιασμό π.χ.: το 25% του 12

$$\frac{25}{100} \cdot 12 = \frac{300}{100} = 3$$

Βρίσκουμε την τελική τιμή

- **όταν γνωρίζουμε την αρχική τιμή και το ποσοστό αύξησης ή μείωσης**
 - **κάνουμε πρόσθεση ή αφαίρεση π.χ.: αύξηση 3 στα 12
τελική τιμή $12 + 3 = 15$**
- **όταν γνωρίζουμε την αρχική τιμή και το ποσοστό στα εκατό (%), υπάρχουν δύο τρόποι εργασίας**
 - **α. βρίσκουμε πρώτα το ποσοστό αύξησης ή μείωσης (με πολλαπλασιασμό)**
 - **β. βρίσκουμε την τελική τιμή στα 100 με το νου και σχηματίζουμε αναλογία**

Βρίσκουμε την αρχική τιμή

- όταν γνωρίζουμε το ποσοστό % και το ποσοστό στην αρχική τιμή
 - σχηματίζουμε αναλογία
- όταν γνωρίζουμε το ποσοστό στα εκατό (%) και την τελική τιμή
 - βρίσκουμε πρώτα την τελική τιμή στα 100 με το νου

Βρίσκουμε το ποσοστό %

- όταν γνωρίζουμε την αρχική τιμή και το ποσοστό στην αρχική τιμή
 - σχηματίζουμε αναλογία
- όταν γνωρίζουμε την αρχική τιμή και την τελική τιμή
 - βρίσκουμε πρώτα το ποσοστό αύξησης ή μείωσης (με αφαίρεση)

Χρυσοί κανόνες

Η τιμή του ποσού στην οποία υπολογίζεται το ποσοστό, για το πρόβλημα ποσοστών, λέγεται αρχική τιμή (ακόμα κι αν είναι η τιμή πώλησης ενός προϊόντος). Τα ποσά στα ποσοστά είναι πάντα ανάλογα. Τα προβλήματα ποσοστών λύνονται με τις μεθόδους λύσης των ανάλογων ποσών (αναγωγή στη μονάδα, αναλογία, απλή μέθοδο των τριών). Επειδή υπάρχει πάντα η τιμή 100, γνωρίζοντας δύο τιμές, μπορούμε να βρούμε τις άλλες δύο, αρκεί να προσέξουμε στην κατάταξη. Μπορεί να χρειάζεται νοερή πράξη στα 100.

1ο πρόβλημα «Οι εκλογές»

Στους εκλογικούς καταλόγους είναι γραμμένα 16.000 άτομα. Από αυτά ψήφισαν στις δημοτικές εκλογές 85%. Η παράταξη Α΄ πήρε 51%, ενώ η παράταξη Β΄ πήρε 34% των ψήφων. Οι υπόλοιποι ψήφισαν λευκό ή άκυρο. Πόσα άτομα ψήφισαν και πόσες ψήφους πήρε κάθε παράταξη;



Λύση

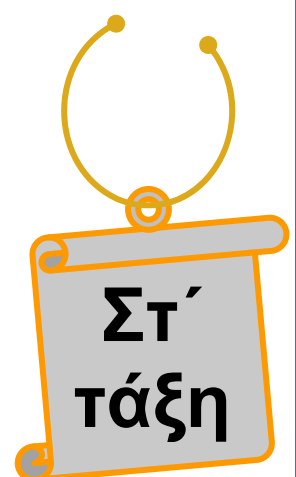
Απάντηση:

.....

2ο πρόβλημα «Οι εκπτώσεις»

Η Γεωργία έχει αναλάβει την έρευνα αγοράς για να αγοράσει 25 κρεμαστά με ασημένιες μικρές πλακέτες για αναμνηστικά για την Στ΄ τάξη. Βρήκε την ίδια πλακέτα σε δύο καταστήματα. Η αρχική τιμή της ήταν και στα δύο 10 €. Το πρώτο κατάστημα είχε βάλει έκπτωση αρχικά 25% και τώρα 10% στην τιμή της έκπτωσης, ενώ το δεύτερο κατάστημα είχε αρχικά έκπτωση 10% και τώρα ακόμη 25%. Υπάρχει διαφορά στην τιμή;

Λύση



Απάντηση:

.....

**3ο πρόβλημα «Κέρδος πάνω
στο κέρδος»**

Μια αυτοκινητοβιομηχανία πουλάει τα αυτοκίνητα στις αντιπροσωπείες με 20% κέρδος στην τιμή κόστους. Ο αντιπρόσωπός της στην Ελλάδα τα πουλάει με κέρδος 10% στην τιμή αγοράς τους. Ο κ. Παπαγεωργίου αγόρασε το αυτοκίνητό του από τον αντιπρόσωπο και πλήρωσε 9.900 €. Ποιο ήταν το κόστος κατασκευής του αυτοκινήτου;










Λύση

Απάντηση:

4η θεματική ενότητα

Συλλογή και επεξεργασία δεδομένων

Περιοχή	Απειλούμενα είδη φυτών
Κρήτη	
Πελοπόννησος	
Ανατολικό Αιγαίο	
Στερεά Ελλάδα	
Κεντρική Β. Ελλάδα	
Δυτικό Αιγαίο	
Ανατολική Β. Ελλάδα	
Κυκλάδες	
Βόρεια Πίνδος	

Περιοχή	Απειλούμενα είδη φυτών
Νότια Πίνδος	  
Ιόνιοι Νήσοι	 
Ανατολική Κ. Ελλάδα	 
Βόρειο Αιγαίο	 

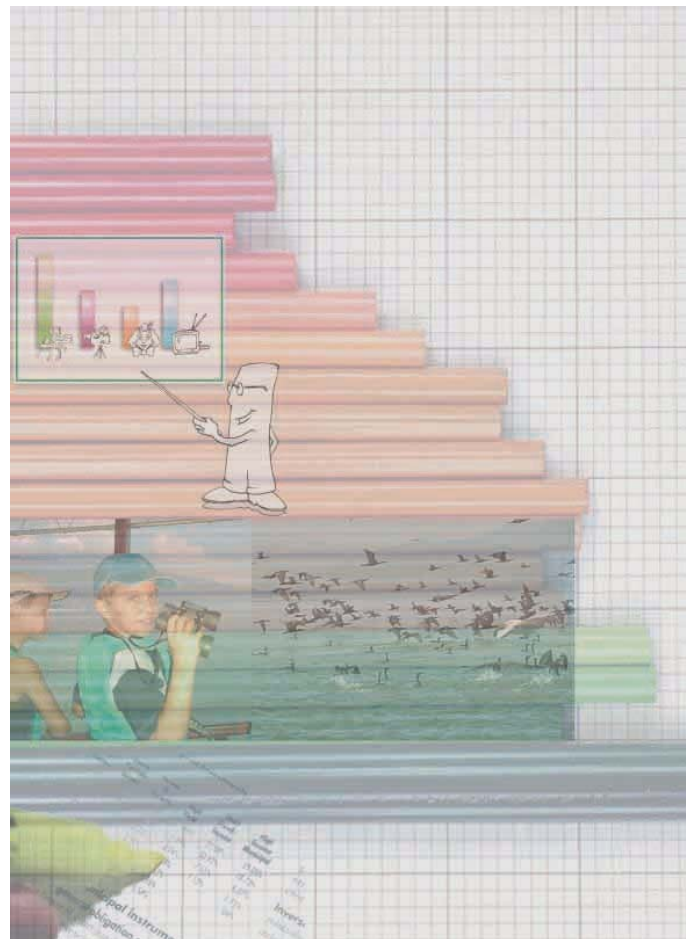
Σε αυτή τη θεματική ενότητα θα ασχοληθούμε με τη συλλογή και την επεξεργασία δεδομένων.

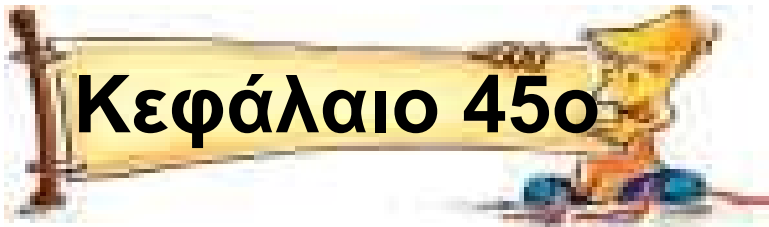
Όλες οι πληροφορίες που μπορούμε να συγκεντρώσουμε από παρατηρήσεις, μετρήσεις, εξετάσεις ερωτηματολόγια κ.λπ. λέγονται δεδομένα.

Για να μπορέσεις να ερμηνεύσεις τα δεδομένα αυτά πρέπει να τα οργανώσεις και να τα παρουσιάσεις με τη μορφή εικόνας.

**Τι είδους εικόνα θα διαλέξεις όμως;
Η Στατιστική θα σε βοηθήσει να
κατασκευάζεις τέτοιες εικόνες
αλλά και να τις ερμηνεύεις.**

**Καλή διασκέδαση λοιπόν παρέα
με τις εικόνες και τη Στατιστική...**





**Απεικονίζω δεδομένα με
ραβδόγραμμα ή εικονόγραμμα**

Αξίζει όσο χίλιες λέξεις...



→ Ανακαλύπτω τη χρησιμότητα των γραφικών παραστάσεων.

→ Αντλώ πληροφορίες από το ραβδόγραμμα και το εικονόγραμμα.

→ Μαθαίνω να κατασκευάζω ένα ραβδόγραμμα.

Δραστηριότητα 1η

Όταν επισκέφθηκαν το Κέντρο Περιβαλλοντικής Εκπαίδευσης Κλειτορίας, τα παιδιά άκουσαν τον υπεύθυνο να τους μιλά για τα

**απειλούμενα φυτά της Ελλάδας.
Τους έδειξε τον παρακάτω πίνακα
και τους εξήγησε ότι δείχνει τα
απειλούμενα φυτά όπως είναι
καταγεγραμμένα στις διάφορες
περιοχές στις οποίες φυτρώνουν
(ακόμη).**

**Με έκπληξη άκουσαν ότι τα 932
από τα 5.605 είδη φυτών που
υπάρχουν στην Ελλάδα
κινδυνεύουν να εξαφανιστούν, ενώ
1 φυτό έχει ήδη εξαφανιστεί.**

- Τι διαφορά έχει αυτός ο «πίνακας» από τους πίνακες που συνάντησες μέχρι τώρα;**
- Ποιες πληροφορίες παίρνεις από αυτόν και ποιες όχι;**

Περιοχή	Απειλούμενα είδη φυτών
Κρήτη	
Πελοπόννησος	
Ανατολικό Αιγαίο	
Στερεά Ελλάδα	
Κεντρική Β. Ελλάδα	
Δυτικό Αιγαίο	
Ανατολική Β. Ελλάδα	
Κυκλάδες	
Βόρεια Πίνδος	
Νότια Πίνδος	
Ιόνιοι Νήσοι	
Ανατολική Κ. Ελλάδα	
Βόρειο Αιγαίο	

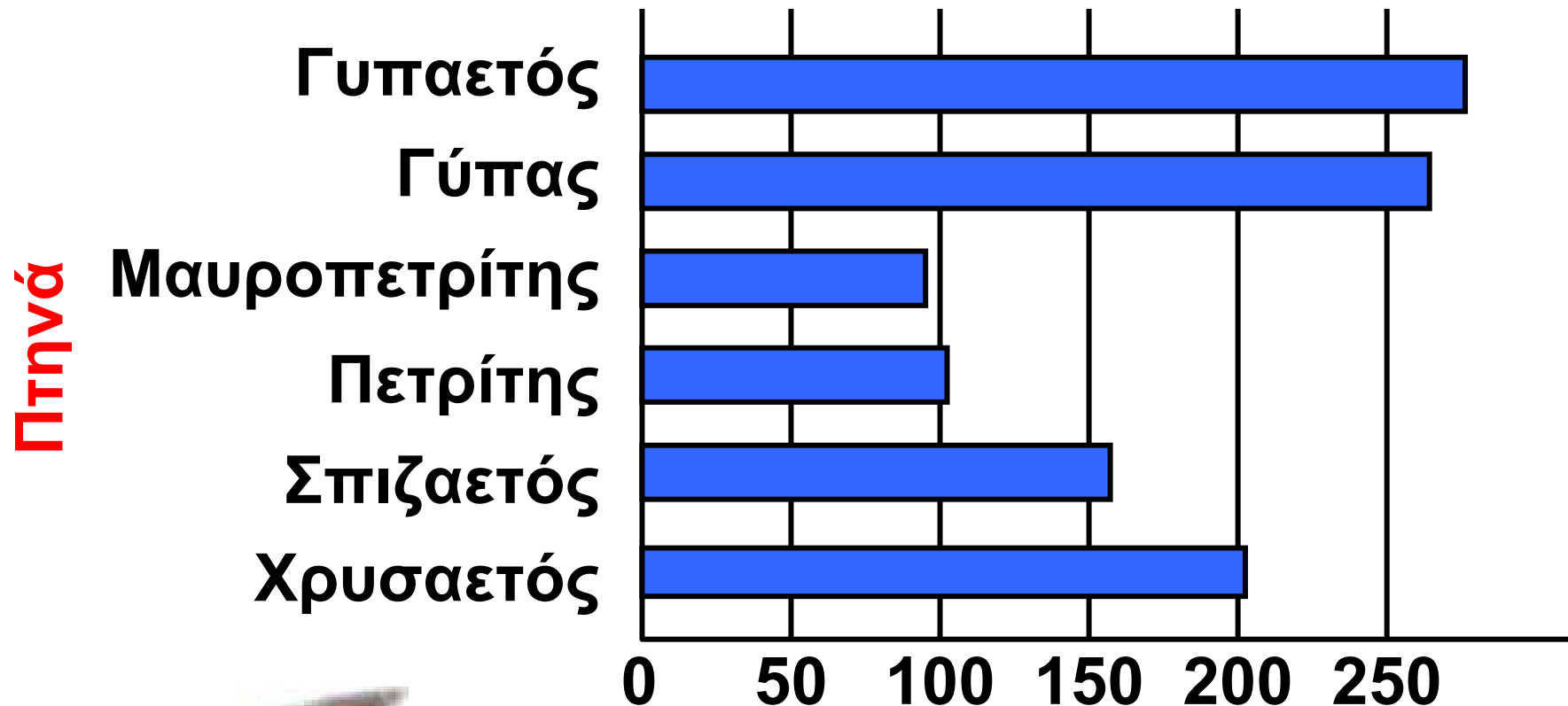
 = 20 είδη

Δραστηριότητα 2η

Το γράφημα είναι ένας τρόπος για να μελετήσεις ή να παρουσιάσεις δεδομένα. Παρακάτω παρουσιάζονται στοιχεία για κάποια πουλιά με δύο διαφορετικούς τρόπους.

Άνοιγμα φτερών αρπακτικών πτηνών	
Πτηνά	Άνοιγμα φτερών σε εκ.
Γυπαετός	270
Γύπας	260
Μαυροπετρίτης	94
Πετρίτης	103
Σπιζαετός	155
Χρυσαιετός	203

Άνοιγμα φτερών αρπακτικών πτηνών



Άνοιγμα φτερών σε εκατοστά

- Ποιο πουλί έχει το μεγαλύτερο άνοιγμα φτερών; Χρησιμοποίησες τον πίνακα ή το γράφημα για να το βρεις;
- Πόσο ακριβώς είναι το άνοιγμα των φτερών του γυπαετού; Αυτήν την πληροφορία ποια από τις δύο παρουσιάσεις σου την προσφέρει ευκολότερα;


Από τις παραπάνω δραστηριότητες διαπιστώνουμε ότι, για να καταγράψουμε δεδομένα ή πληροφορίες με σύντομο και παραστατικό τρόπο, χρησιμοποιούμε τα γραφήματα.

Ραβδόγραμμα και εικονόγραμμα

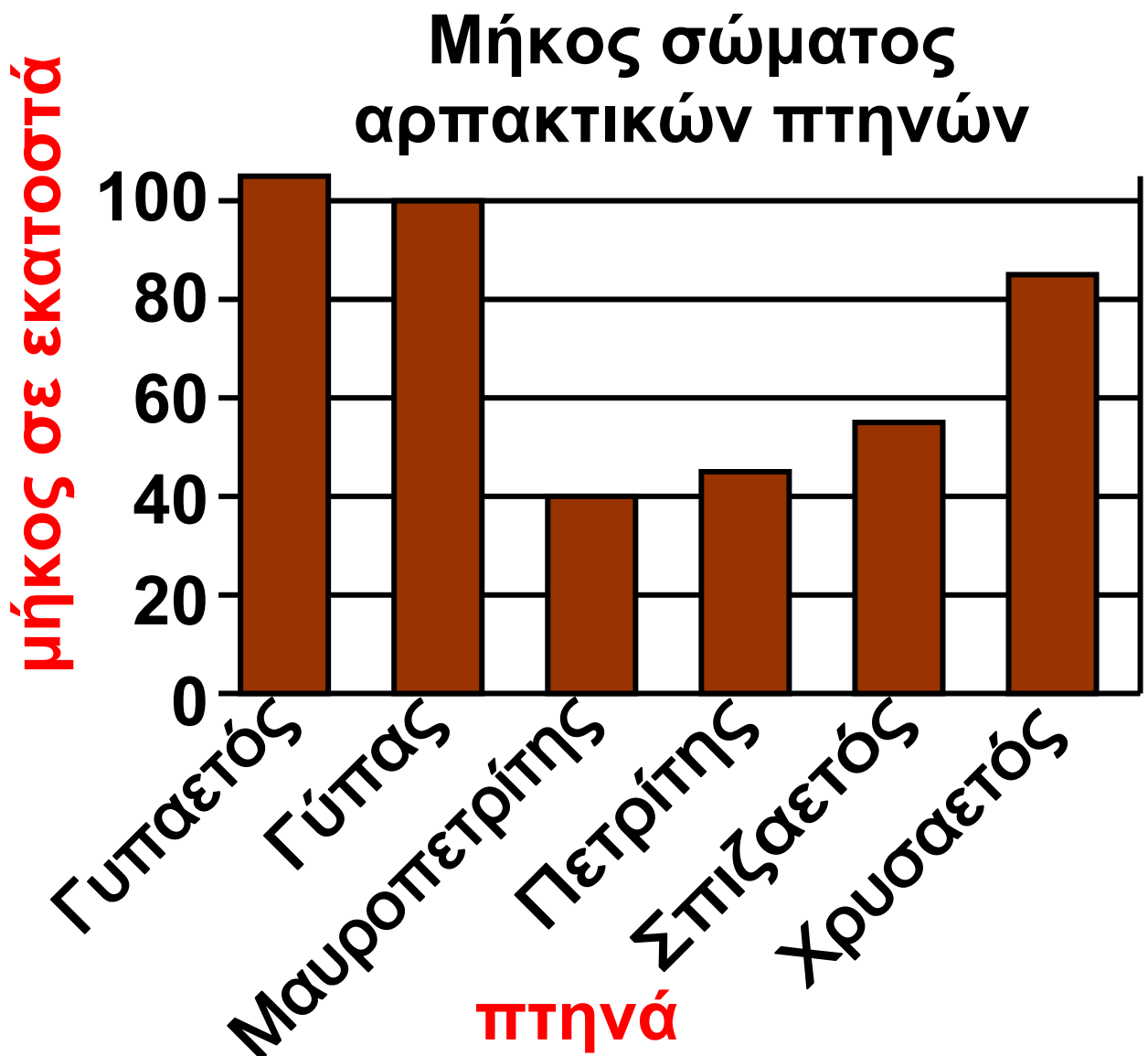
Σε ένα γράφημα ράβδων ή ραβδόγραμμα συγκρίνουμε τα δεδομένα, συγκρίνοντας τα μήκη (ή τα ύψη) των ράβδων.

**Τα χαρακτηριστικά ενός
ραβδογράμματος:**

- 1. Το ραβδόγραμμα πρέπει πάντα να έχει τίτλο.**
- 2. Η αριθμητική κλίμακα μπορεί να είναι στην οριζόντια ή στην κάθετη πλευρά, οπότε οι ράβδοι είναι αντίστοιχα οριζόντιες ή κάθετες.**
- 3. Οι αποστάσεις ανάμεσα στους αριθμούς πρέπει να είναι ίσες.**

Το εικονόγραμμα είναι ένα είδος ραβδογράμματος στο οποίο χρησιμοποιείται ένα σύμβολο για να αναπαραστήσει έναν συγκεκριμένο αριθμό αντικειμένων (π.χ.  = 1.000 αυτοκίνητα).

Παραδείγματα



Εφαρμογή

Φτιάξε ένα δικό σου ραβδόγραμμα

Παρακολουθώντας ένα ντοκιμαντέρ για τα ζώα τα παιδιά της Στ΄ τάξης κατέγραψαν στοιχεία σχετικά με τις συνήθειες ύπνου διάφορων

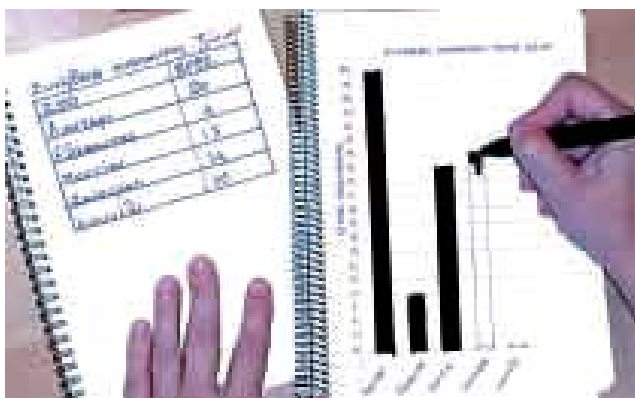
ζώων. Στη διάρκεια του εικοσιτετραώρου ο σκίουρος ξεκουράζεται 14 ώρες, ενώ το κουνέλι αρκείται σε 10. Τα ποντίκια χρειάζονται 13 ώρες ανάπαυση, σε αντίθεση με τον ελέφαντα που αρκείται σε μόλις 4 ώρες. Τέλος, το ζώο με τη μεγαλύτερη ανάγκη για ξεκούραση φαίνεται πως είναι το λιοντάρι, μια και περνά τις 20 ώρες του εικοσιτετραώρου ξαπλωμένο. Να απεικονίσεις τα στοιχεία αυτά με ραβδόγραμμα.

Λύση - Απάντηση:

- 1. Φτιάξε ένα πίνακα με τα στοιχεία του προβλήματος.**
- 2. Γράψε ένα τίτλο για το γράφημά σου.**
- 3. Γράψε τα ονόματα από τα ζώα στη μια πλευρά και αποφάσισε**

την απόσταση που θα χρησιμοποιήσεις για την αριθμητική κλίμακα στην άλλη πλευρά (π.χ. μια γραμμή του τετραδίου ισούται με 1 ώρα)

4. Σχημάτισε και χρωμάτισε τις ράβδους.



Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε το ραβδόγραμμα και το εικονόγραμμα. Σκέψου και πες ένα δικό σου παράδειγμα στο οποίο να μπορούν να χρησιμοποιηθούν.

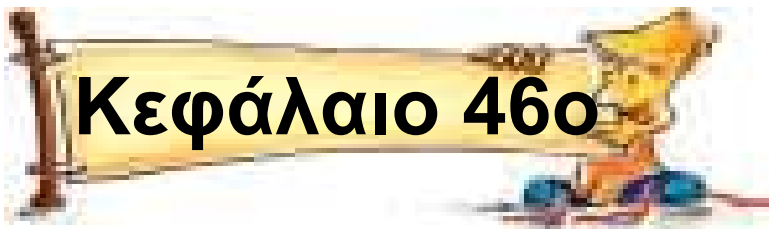
Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

→ Στα ραβδογράμματα η τιμή
κάθε ράβδου φαίνεται από το
μήκος (ή το ύψος) της.



→ Πρώτα κατασκευάζουμε την
κλίμακα στο ραβδόγραμμα και
μετά συγκεντρώνουμε τα στοιχεία.





Ταξινομώ δεδομένα – εξάγω συμπεράσματα

Η ώρα των αποφάσεων



→ Συλλέγω, καταγράφω
και ταξινομώ δεδομένα.

→ Παρουσιάζω την κατανομή
συχνότητας των δεδομένων.

→ Χρησιμοποιώ τα αποτελέσματα
της επεξεργασίας των δεδομένων.

Δραστηριότητα

Οι υπεύθυνοι ενός πάρκου αναψυχής για να αποφασίσουν τι είδους δραστηριότητες πρέπει να προσφέρονται στο πάρκο, ενδιαφέρονται να μάθουν τις ηλικίες των νέων που επισκέπτονται το χώρο.

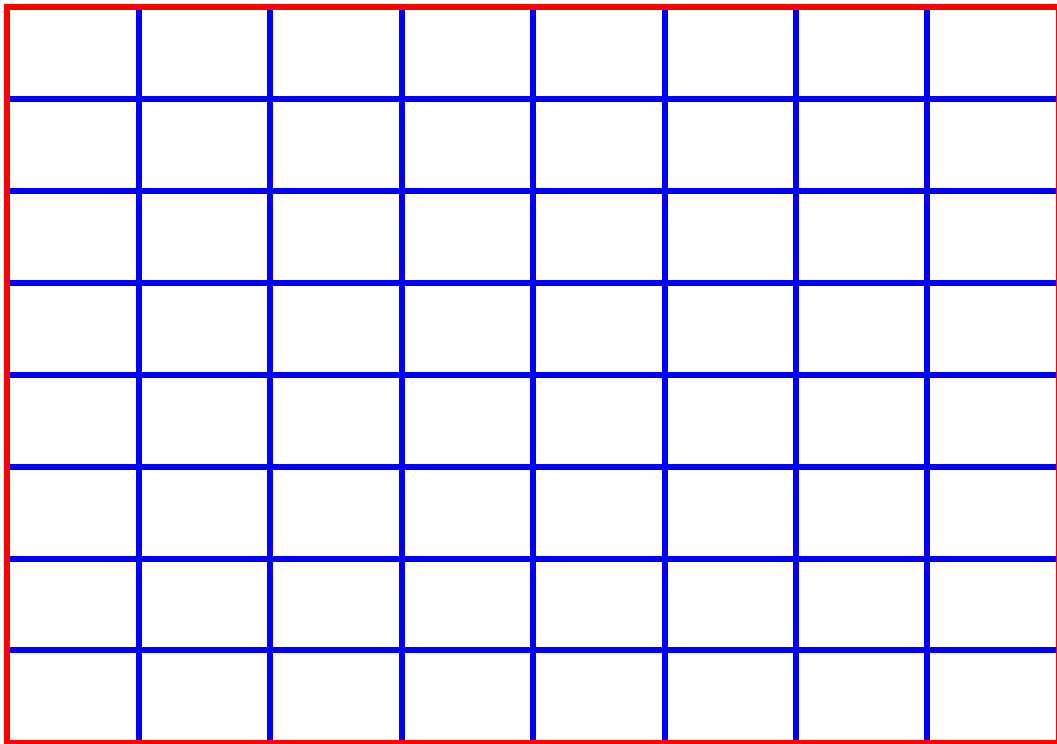
Κατέγραψαν λοιπόν τις ηλικίες των παιδιών (όχι των συνοδών τους) και των εφήβων που το επισκέφθηκαν κατά τις τέσσερις πρώτες μέρες της λειτουργίας του. Οι παρακάτω καρτέλες είναι δύο από αυτές που χρησιμοποιήθηκαν για την καταγραφή.

8	10	12	8	14	16	15	14
13	9	11	12	10	14	11	13
12	14	13	14	12	11	13	13
14	13	11	12	15	14	11	13
10	9	12	17	13	14	15	17
13	12	11	15	13	12	16	14
15	12	14	13	11	12	15	14
13	14	12	15	14	11	13	13

- Πώς νομίζεις ότι συγκέντρωσαν τα στοιχεία οι υπεύθυνοι;**

- Με ποιους άλλους τρόπους μπορεί κανείς να συγκεντρώσει στοιχεία για ένα θέμα;
- Για ποιο λόγο νομίζεις ότι συγκεντρώνονται τα στοιχεία αυτά;
- Είναι εύκολο να βγάλουμε συμπεράσματα από αυτά τα δεδομένα, όπως είναι;
- Για να πάρουμε τις πληροφορίες που θέλουμε, αρκεί να συλλέξουμε τα δεδομένα;

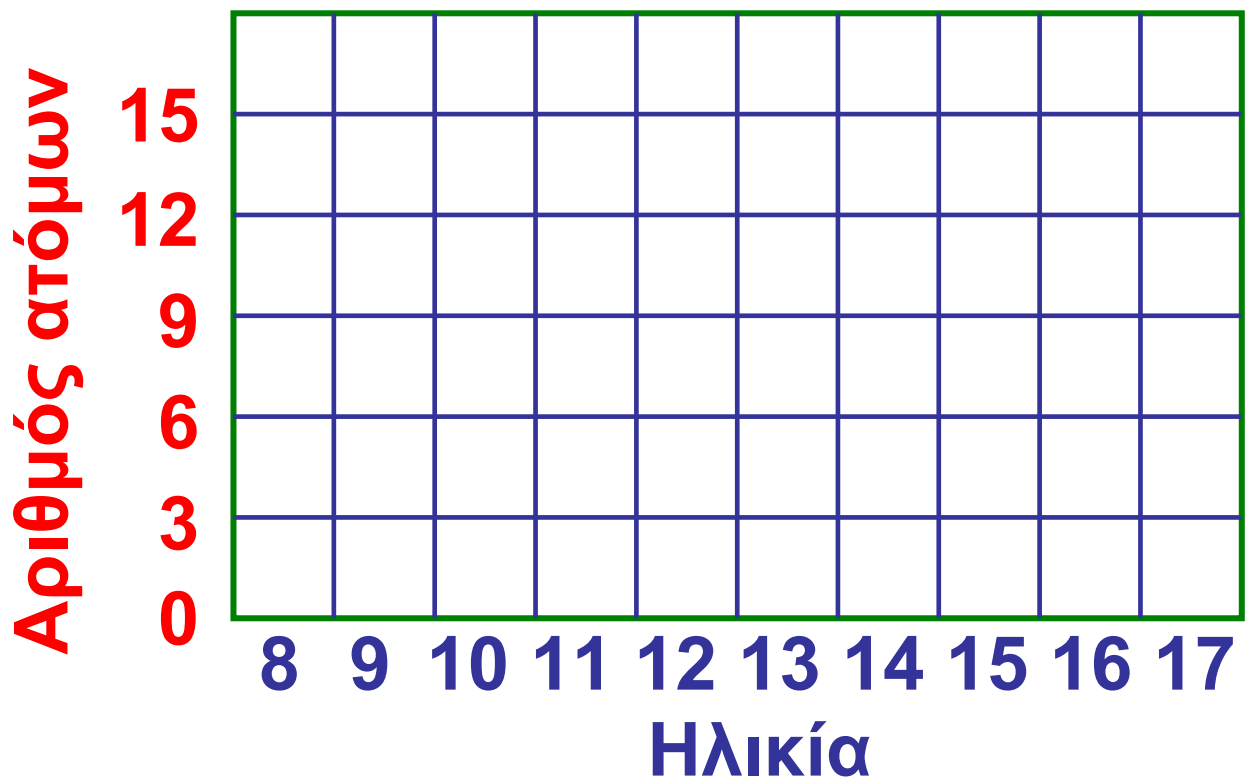
Στις προηγούμενες καρτέλες, κάθε αριθμός αντιπροσωπεύει έναν άνθρωπο. Όλοι πρέπει να καταμετρηθούν. Η πρώτη εργασία ταξινόμησης είναι να γράψεις (στα παρακάτω κελιά) όλους τους αριθμούς σε μια σειρά από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο.



- Τώρα μπορείς να μετρήσεις πόσοι ήταν οι επισκέπτες από κάθε ηλικία. Ένας τρόπος για να θυμάσαι τη μέτρηση είναι ο παρακάτω: για κάθε ένα άτομο που θα καταμετράς θα σημειώνεις μια γραμμή **I**. Θα ομαδοποιείς τις γραμμές ανά 5, με μια γραμμή στη μέση: **|||||**.

Ηλικία	Καταμέτρηση με σύμβολα I	Συχνότητα
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
Σύνολο		

- Μετά κάνε το παρακάτω
ραβδόγραμμα:



- Ποιες είναι οι διαπιστώσεις από τα δεδομένα;
- Ποια μπορεί να είναι η απόφαση για τις δραστηριότητες που πρέπει να προσφέρονται στο πάρκο;

Από τα παραπάνω διαπιστώνουμε ότι τα αριθμητικά δεδομένα με κατάλληλη επεξεργασία μας βοηθούν να βγάζουμε συμπεράσματα, να κάνουμε προβλέψεις και να παίρνουμε αποφάσεις.

Κατανομή συχνοτήτων

Ο πίνακας κατανομής συχνοτήτων μας δείχνει πόσο συχνά υπάρχει κάθε δεδομένο στην καταγραφή μας.

Τρόπος εργασίας

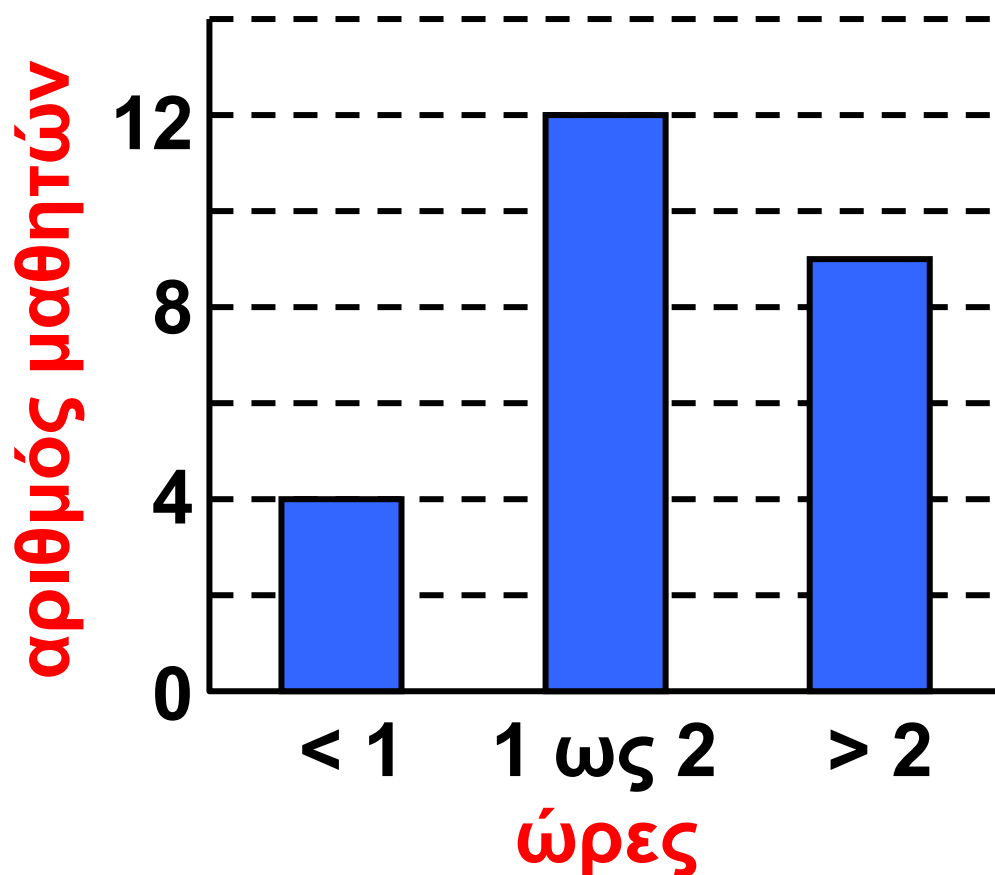
1. Συλλέγουμε τα δεδομένα.
2. Τακτοποιούμε τα δεδομένα σε μια σειρά (αύξουσα ή φθίνουσα).
3. Καταμετρούμε τη συχνότητα εμφάνισης κάθε δεδομένου.
4. Παρουσιάζουμε τα δεδομένα με γράφημα.

Παραδείγματα

Χρόνος καθημερινής προετοιμασίας μαθημάτων

Ώρες	Καταμέτρηση	Συχνότητα
< 1		4
1 ως 2		12
> 2		9

Χρόνος προετοιμασίας μαθημάτων



Εφαρμογή

Τα παιδιά ρώτησαν το δάσκαλο τι χρειάζονται τα κριτήρια αξιολόγησης στα μαθηματικά. Εκείνος τους εξήγησε πως έπειτα από κάθε κριτήριο αξιολόγησης καταγράφει τις επιδόσεις τους και επεξεργάζεται τα δεδομένα, ώστε να

αποφασίσει αν τα περισσότερα παιδιά κατάλαβαν το κεφάλαιο ή αν χρειάζεται να επαναλάβει κάτι.

«Για παράδειγμα, ας ελέγξουμε αν καταλάβατε το κεφάλαιο Εξισώσεις ή αν χρειάζεται κάποια επανάληψη του κεφαλαίου. Οι βαθμοί σας ήταν: 9, 8, 8, 9, 10, 7, 8, 9, 7, 10, 10, 7, 6, 9, 10, 8, 9, 9, 8, 10. Τι συμπέρασμα μπορούμε να βγάλουμε;»

Λύση:

1. – 2. Αφού συλλέξαμε τα δεδομένα θα τα βάλουμε κατά αύξουσα σειρά:

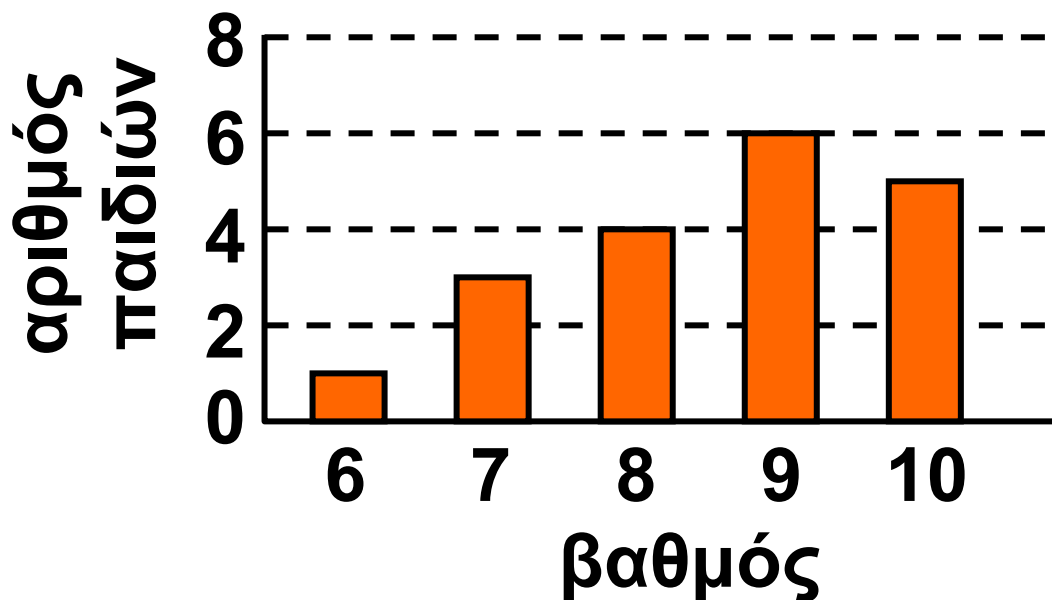
6	7	7	7	8	8	8	8	8	9
9	9	9	9	9	10	10	10	10	10

3. Θα φτιάξουμε έναν πίνακα συχνοτήτων με όλους τους βαθμούς.

ΒΑΘΜΟΣ	ΚΑΤΑΜΕ- ΤΡΗΣΗ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ
6	I	1
7	III	3
8	IIII	4
9	++++ I	6
10	+++	5

4. Με τα δεδομένα του πίνακα θα φτιάξουμε ένα γράφημα.

Χρόνος προετοιμασίας μαθημάτων



Απάντηση: Διαπίστωση: Τα περισσότερα παιδιά κατάλαβαν το κεφάλαιο. Απόφαση: Δεν θα γίνει

επανάληψη σε όλη την τάξη, απλώς μόνο ορισμένα παιδιά θα χρειαστεί να βοηθηθούν από το δάσκαλο.

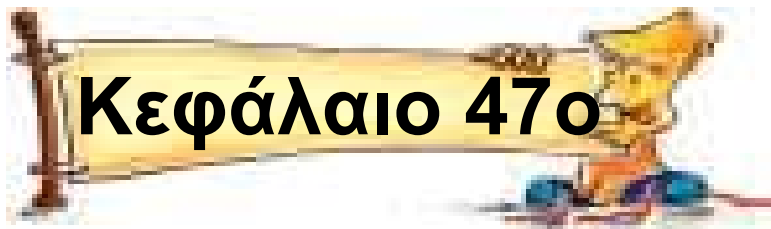
Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τον όρο **κατανομή συχνότητας**. Μπορείς να εξηγήσεις με ένα δικό σου παράδειγμα τι μας χρειάζεται;

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

→ Ο πίνακας κατανομής συχνότητων πρέπει να περιλαμβάνει όλα τα δεδομένα.

→ Με βάση τα δεδομένα κάνουμε προβλέψεις για το μέλλον.



Άλλοι τύποι γραφημάτων

Το πήρες το μήνυμα;



→ Αντλώ πληροφορίες από
ένα γράφημα γραμμής.

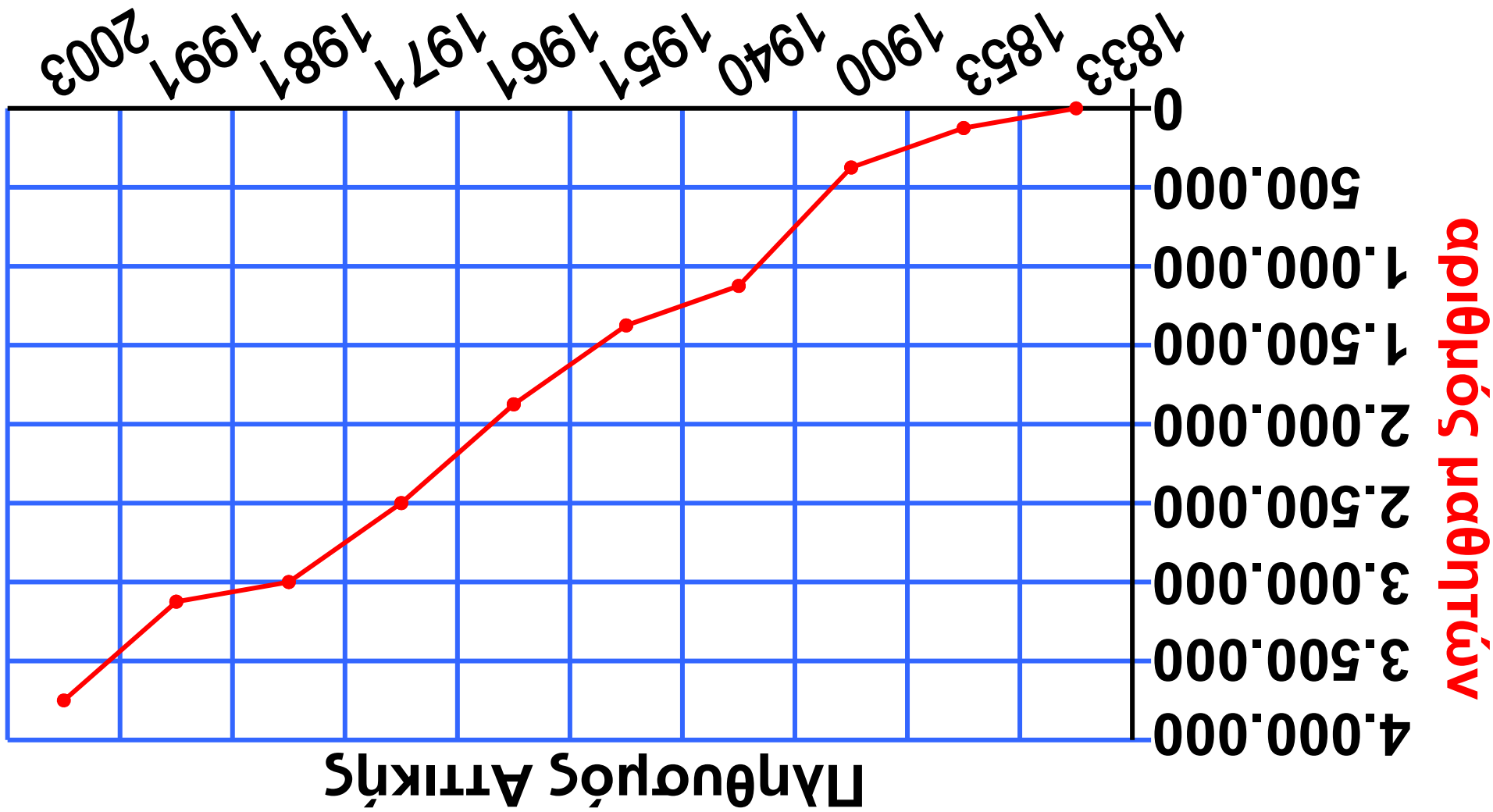
→ Μελετώ ένα κυκλικό διάγραμμα.

→ Επιλέγω τον κατάλληλο τύπο
γραφήματος.

Δραστηριότητα 1η

Το παρακάτω γράφημα παρουσιάζει την αύξηση του πληθυσμού στην Αττική από τότε που η Αθήνα έγινε πρωτεύουσα του ελληνικού κράτους μέχρι το 2003.

- Τι διαπιστώνουμε για τον πάλησημό της πρωτεύουσας με μια ματιά από το γράφημα;

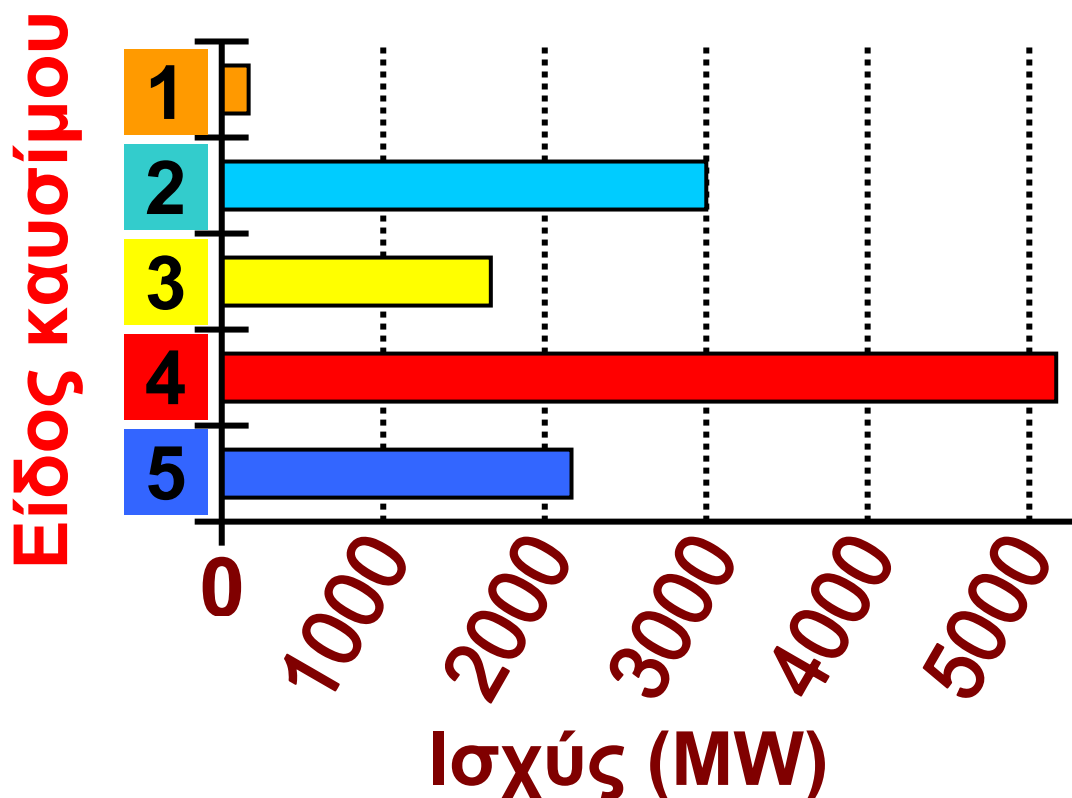


- Γιατί προτιμήσαμε να παρουσιάσουμε τα δεδομένα με αυτόν τον τύπο γραφήματος κι όχι με ραβδόγραμμα;
- Θυμήσου το γράφημα που έφτιαξες με δύο ανάλογα ποσά και σύγκρινέ το μ' αυτό.

Δραστηριότητα 2η

Η ποσότητα ενέργειας που παράγεται από τη Δ.Ε.Η. (31-12-03) από τους διάφορους σταθμούς παραγωγής φαίνεται παρακάτω στο ραβδόγραμμα και στο κυκλικό διάγραμμα

Ισχύς σταθμών Δ.Ε.Η.



1. Αιολική ενέργεια
2. Υδροηλεκτρική ενέργεια
3. Φυσικό αέριο
4. Λιγνίτης
5. Πετρέλαιο



- Ποιο είδος παραγωγής είναι το κυρίαρχο; Χρησιμοποίησες το ραβδόγραμμα ή το κυκλικό διάγραμμα για να το βρεις;
- Περίπου τι ποσοστό της συνολικής παραγωγής είναι η υδροηλεκτρική; Από ποιο γράφημα παίρνεις καλύτερα αυτή την πληροφορία;
- Θα μπορούσες να χρησιμοποιήσεις κυκλικό διάγραμμα για την δραστηριότητα 1;

Από τα παραπάνω διαπιστώνουμε ότι, για να παρουσιάσουμε και να τονίσουμε με διαφορετικό τρόπο τα δεδομένα χρησιμοποιούμε διαφορετικούς τύπους γραφημάτων.

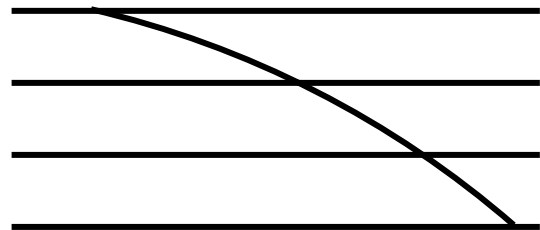
Γράφημα γραμμής και κυκλικό διάγραμμα

Το γράφημα γραμμής χρησιμοποιείται για την παρουσίαση δεδομένων που αλλάζουν με την πάροδο του χρόνου.

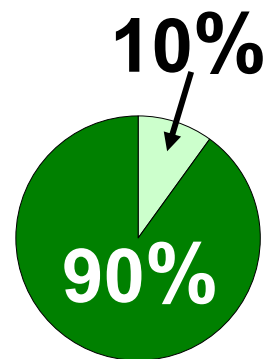
Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για την παρουσίαση της σχέσης του μέρους προς το σύνολο.

Παραδείγματα

Η ταχύτητα ενός ποδηλάτη καθώς ανεβαίνει ένα λόφο



Το 10% των ανθρώπων είναι αριστερόχειρες



Όταν επιλέγουμε να παρουσιάσουμε τα δεδομένα μας, πρέπει να έχουμε υπόψη μας ότι το γράφημα δίνει πληροφορίες με «γρήγορο» τρόπο, οπότε πρέπει να επιλέγουμε τον κατάλληλο τύπο γραφήματος για να τονίσουμε την πληροφορία που θέλουμε.

Εφαρμογή

Τα παιδιά έκαναν μια έρευνα ανάμεσα στους συμμαθητές τους καταγράφοντας το πώς ξοδεύουν το χαρτζιλίκι τους κατά τη διάρκεια της εβδομάδας. Συγκέντρωσαν τα στοιχεία και αφού τα επεξεργάστηκαν κατέληξαν στον παρακάτω πίνακα.

Ημέρα	Ποσοστό % που ξόδεψαν
Δευτέρα	10 %
Τρίτη	8%
Τετάρτη	8%
Πέμπτη	10%
Παρασκευή	10%
Σάββατο	34%
Κυριακή	20%

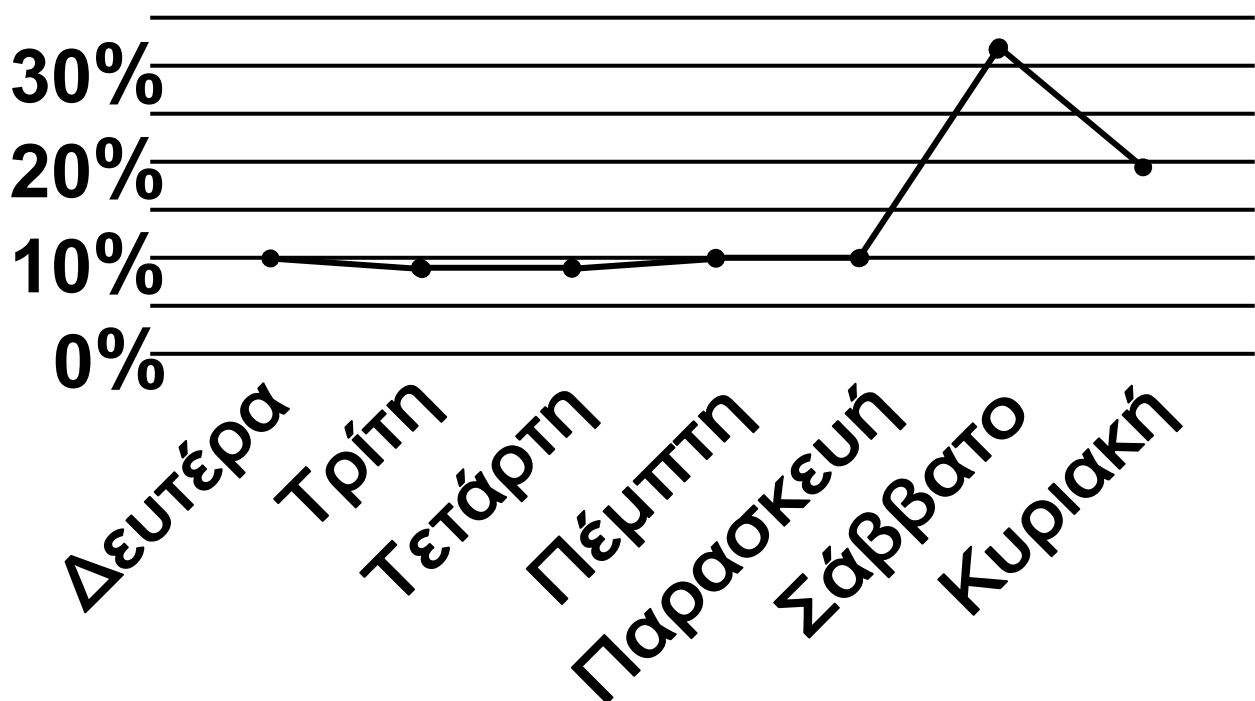
Ποιος είναι ο καλύτερος τύπος γραφήματος για να παρουσιάσουν τα αποτελέσματα της έρευνάς τους;

Λύση - Απάντηση:

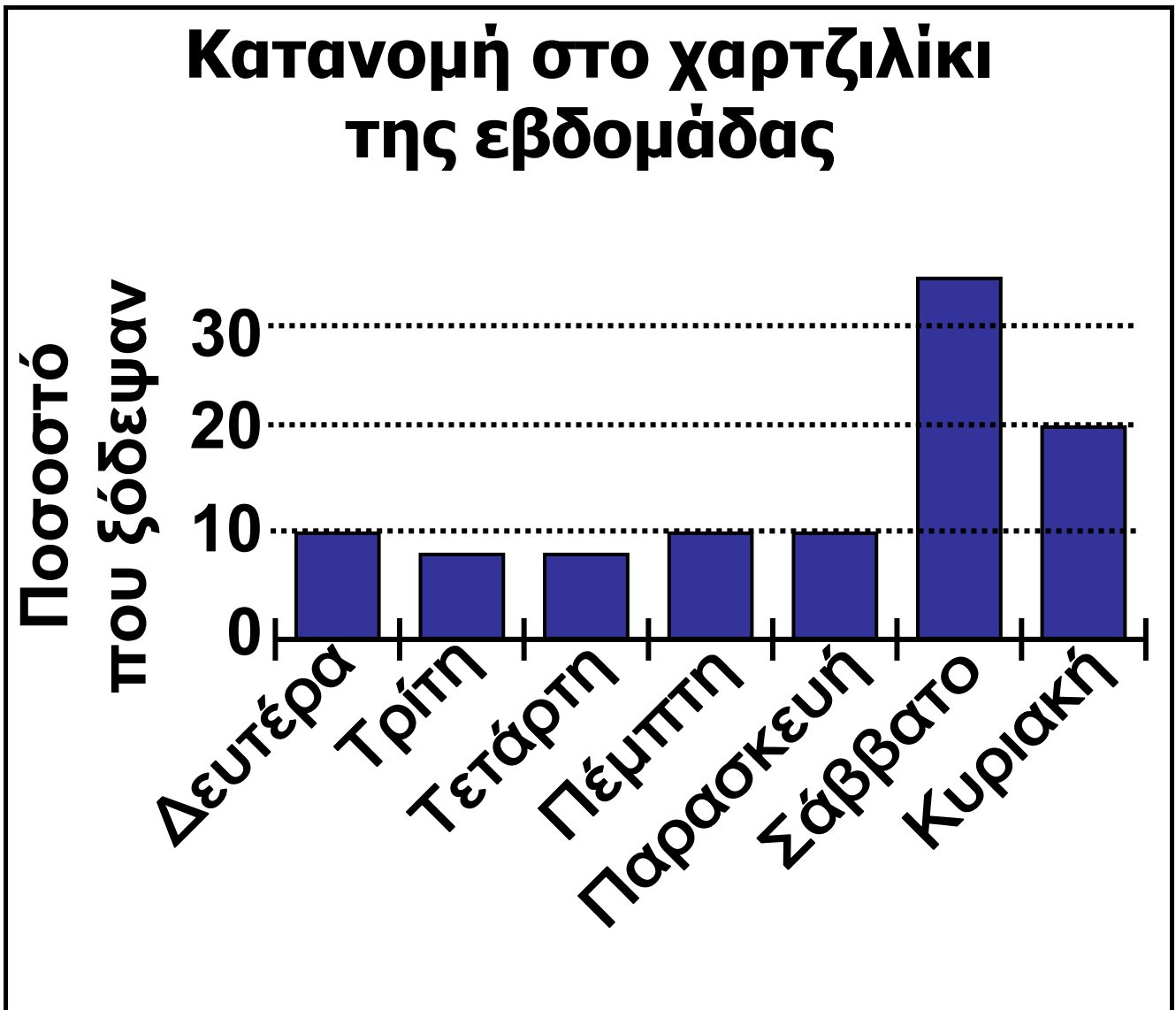
Τα δεδομένα είναι τέτοιου είδους που μπορούν να παρουσιαστούν με πολλούς τύπους γραφημάτων. Εξαρτάται από το τι θέλουν να τονίσουν τα παιδιά με το γράφημά τους.

1. Αν θέλουν να δείξουν πώς αλλάζει (αυξάνεται ή μειώνεται) το ποσό που ξοδεύουν στη διάρκεια της εβδομάδας, θα χρησιμοποιήσουν το γράφημα γραμμής.

Κατανομή στο χαρτζιλίκι της εβδομάδας

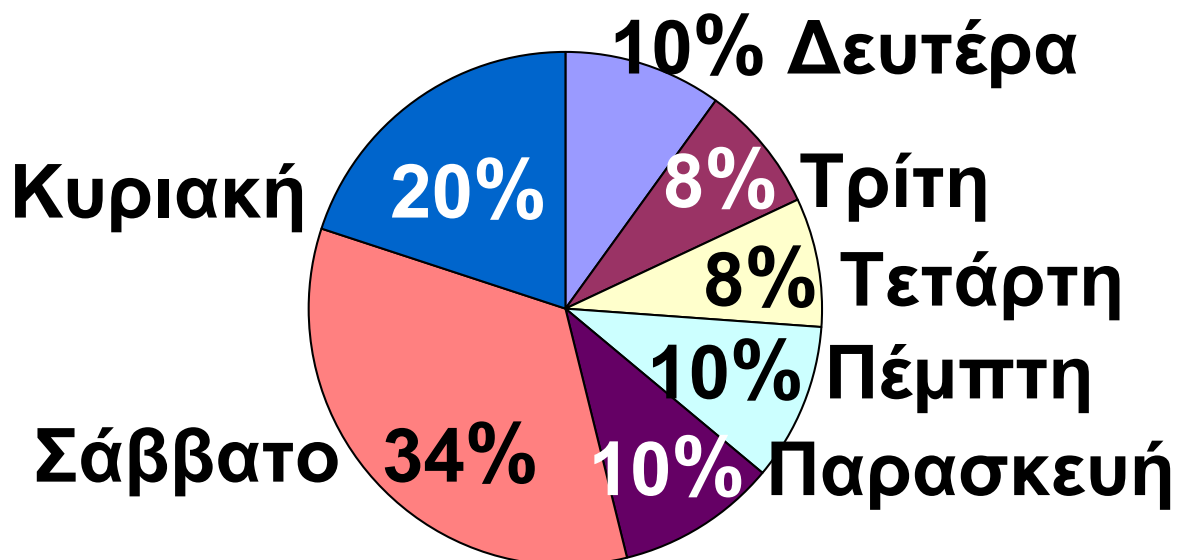


2. Αν θέλουν να παρουσιάσουν το ποσοστό κάθε μέρας μεμονωμένα, θα χρησιμοποιήσουν το ραβδόγραμμα.



3. Αν θέλουν να τονίσουν τη σχέση της καθημερινής κατανάλωσης προς το σύνολο της εβδομάδας, θα χρησιμοποιήσουν το κυκλικό διάγραμμα.

Κατανομή στο χαρτζιλίκι της εβδομάδας



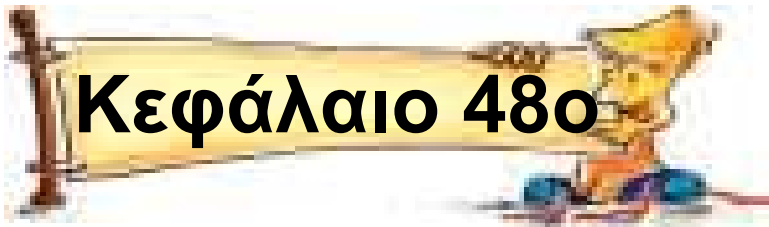
Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε το γράφημα γραμμής και το κυκλικό διάγραμμα. Να δώσεις ένα δικό σου παράδειγμα στο οποίο μπορούν να χρησιμοποιηθούν.

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

→ Για την καταγραφή του πυρετού είναι καλύτερο το ραβδόγραμμα.

→ Στο ραβδόγραμμα και στο γράφημα γραμμής το σύνολο δεν φαίνεται αμέσως.



Βρίσκω το μέσο όρο

Ο Προκρούστης των αριθμών

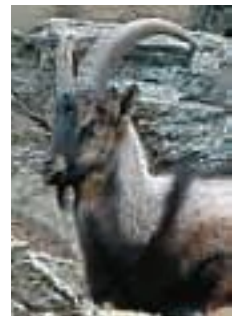


→ Κατανοώ την έννοια του μέσου όρου.

→ Κατανοώ την ανάγκη χρήσης του μέσου όρου.

→ Υπολογίζω και χρησιμοποιώ το μέσο όρο.

Δραστηριότητα



Στην οροσειρά Λευκά Όρη της Κρήτης ζει μια μοναδική ποικιλία αγριοκάτσικων, τα κρι-κρι. Όταν οι καιρικές συνθήκες βοηθήσουν την ανάπτυξη της βλάστησης, ο πληθυσμός των κρι-κρι αυξάνεται. Έτσι την επόμενη χρονιά η βλά-

στηση δεν επαρκεί για να ζήσουν. Οι οικολογικές οργανώσεις λοιπόν προσπαθούν να βοηθήσουν τα ζώα, ώστε να μην πεθάνουν από ασιτία. Κάθε χρόνο καταγράφουν τον πληθυσμό των κρι-κρι στα βουνά ώστε, αν χρειαστεί, να μετακινηθούν πληθυσμοί ζώων. Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τα δεδομένα μιας χρονιάς.

Ανατολική πλευρά	Δυτική πλευρά	Βόρεια πλευρά	Νότια πλευρά
11	17	22	62

- Κάθε πλευρά του βουνού μπορεί να θρέψει περίπου τον ίδιο αριθμό ζώων. Πού νομίζεις ότι χρειάζεται να επέμβουμε για να φέρουμε σε ισορροπία τον πληθυσμό;

- Τι νομίζεις πως πρέπει να γίνει για να σωθούν τα ζώα στη Νότια πλευρά;
- Στον πίνακα της επόμενης σελίδας, χρησιμοποιώντας το σύμβολο «γιώτα» (I) να καταγράψεις με μολύβι στη δεύτερη στήλη σε πεντάδες (όπως έκανες στον πίνακα συχνότητων) τα ζώα που υπάρχουν σε κάθε πλευρά.
- Μπορείς στη συνέχεια να μετακινείς ζώα στην επόμενη στήλη για να τα μοιράσεις στις πλευρές; (Σκέψου από πού θα πάρεις ζώα για να τα μοιράσεις; Από κάθε πλευρά;)
- Πόσα ζώα έχει τώρα κάθε πλευρά;

.....
.....

Αριθμός ζώων μετά τη μετακίνηση	Ζυμβόλα ζώων μετά τη μετακίνηση	Ζυμβόλα ζώων πριν τη μετακίνηση	Πάσπα
			Ανατολική
			Δυτική
			Βόρεια
			Νότια

- Γράψε τον αριθμό στην επόμενη στήλη του πίνακα.
- Αν αναπαριστούσες μετά την ανακατανομή τον αριθμό των κρικρι με ένα ραβδόγραμμα, πώς θα ήταν το ραβδόγραμμα αυτό;
- Χωρίς να κάνεις όλες τις παραπάνω ενέργειες, πώς θα μπορούσες, στο τετράδιό σου, να λύσεις το πρόβλημα και να μοιράσεις τα κρικρι εξίσου σε όλες τις πλευρές του βουνού;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Στην παραπάνω δραστηριότητα διαπιστώσαμε ότι υπάρχει ένας αριθμός ο οποίος δείχνει πόσα ζώα θα έχουμε σε κάθε πλευρά του βουνού, αν θελήσουμε να μοιράσουμε το σύνολο των ζώων όσο γίνεται πιο ισότιμα ανάμεσα στις πλευρές.

Μέσος όρος

Πολλές φορές χρειάζεται να περιγράψουμε ένα πλήθος δεδομένων με μια μόνο τιμή. Σε τέτοιες περιπτώσεις χρησιμοποιούμε το μέσο όρο.

Ο μέσος όρος, που λέγεται και μέση τιμή, υπολογίζεται προσθέτοντας τις τιμές όλων των δεδομένων και διαιρώντας το άθροισμα με το πλήθος των δεδομένων.

Παραδείγματα

Οι βαθμοί ενός μαθητή σε έξι τεστ στα μαθηματικά ήταν 7, 10, 7, 8, 7 και 9. Ο μέσος όρος της βαθμολογίας του είναι:

$$(7 + 10 + 7 + 8 + 7 + 9) : 6 = \\ = 48 : 6 = 8$$

Το 8 είναι ο βαθμός που δείχνει περιληπτικά τις επιδόσεις του μαθητή στα τεστ.

Εφαρμογή

Το Υπουργείο Παιδείας ζητάει συχνά στατιστικά στοιχεία για τους μαθητές που τελειώνουν το δημοτικό σχολείο και εγγράφονται στο γυμνάσιο. Για το λόγο αυτό στο 4ο Γραφείο Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης της Θεσσαλονίκης η κ. Πόπη



συγκέντρωσε τα δυναμολόγια (αριθμός μαθητών ανά τάξη) για όλα τα τμήματα της Στ΄ τάξης σε 20 σχολεία στο κέντρο της Θεσσαλονίκης. Ο αριθμός των μαθητών σε κάθε σχολείο φαίνεται στον πίνακα που ακολουθεί.

25	28	30	27	24	26	28	25	26	27
26	29	24	30	30	28	27	24	27	29

Πόσα παιδιά υπάρχουν κατά μέσο όρο στην Στ΄ τάξη στα σχολεία του κέντρου της πόλης της Θεσσαλονίκης;

Λύση:

Για να βρω το μέσο όρο των παιδιών θα πρέπει να αθροίσω τις τιμές όλων των τάξεων και το άθροισμα να το διαιρέσω με το πλήθος των τάξεων.

$$(25 + 28 + 30 + 27 + 24 + 26 + 28 + 25$$

$$+ 26 + 27 + 26 + 29 + 24 + 30 + 30 + 28 + 27 + 24 + 27 + 29) : 20 = 540 : 20 = 27$$

Απάντηση: Ο μέσος όρος των μαθητών στην Στ΄ τάξη των σχολείων της Θεσσαλονίκης είναι 27 μαθητές.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε την έννοια του μέσου όρου (ή μέσης τιμής). Μπορείς να εξηγήσεις με ένα δικό σου παράδειγμα τι μας χρειάζεται;

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

→ Ο μέσος όρος είναι πάντα ακέραιος αριθμός.

→ Οι αριθμοί από το 1 μέχρι το 10 έχουν μέση τιμή το 5.»

→ Όταν οι σερβιτόροι αθροίζουν τα φιλοδωρήματα που μαζεύουν και μετά τα μοιράζονται, αυτό που παίρνει ο καθένας είναι ο μέσος όρος.

5η θεματική ενότητα

Μετρήσεις – Μοτίβα



Σε αυτή τη θεματική ενότητα θα ασχοληθούμε με τις μετρήσεις και τα μοτίβα.

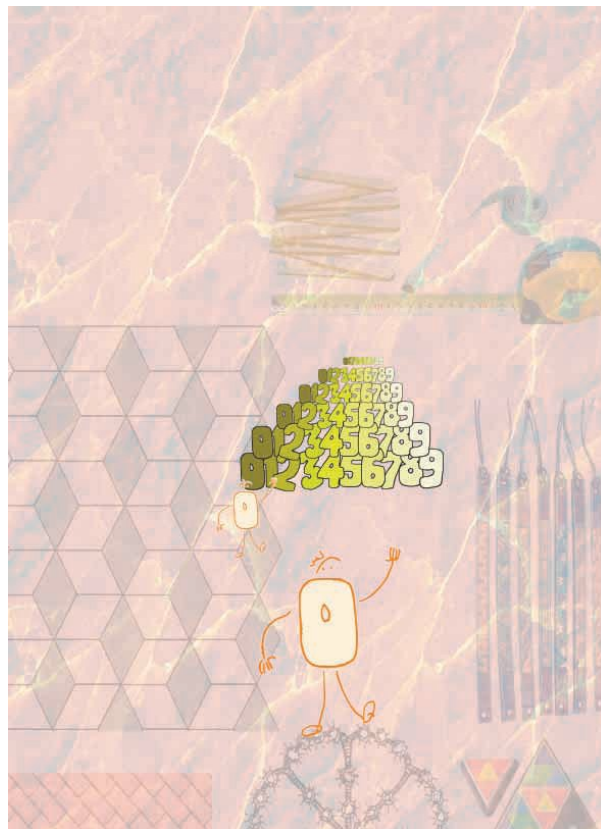
Οι μετρήσεις είναι ίσως η εφαρμογή των μαθηματικών στην καθημερινή μας ζωή. Μετράμε αποστάσεις, διαστάσεις, το χρόνο, το βάρος και το κόστος. Μπορείς να φανταστείς τη ζωή σου χωρίς όλες τις μετρήσεις;

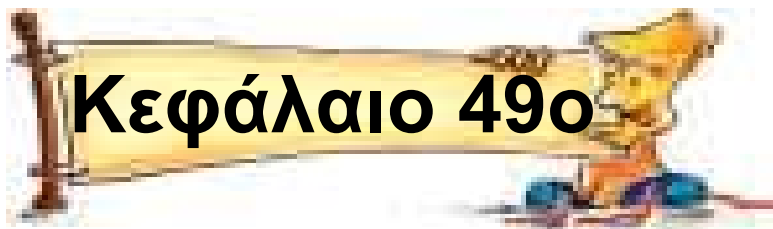
Τα μοτίβα είναι η «μαγεία της επανάληψης». Θα έχεις δει υφαντά και κεντήματα ή χαλιά λαϊκής τέχνης. Ένα απλό σχέδιο

επαναλαμβάνεται και δημιουργεί μια πολύ όμορφη σύνθεση. Στη ζωγραφική οι πίνακες του Escher είναι διάσημοι ακριβώς γι' αυτό το χαρακτηριστικό: για τα μοτίβα από τα οποία αποτελούνται.

Είναι εξαιρετικά προκλητικό να ψάχνεις για μοτίβα! Μόλις ανακαλύψεις το μοτίβο μπορείς να προβλέψεις τι ακολουθεί!

Καλή διασκέδαση...





Μετρώ το μήκος

Πόσο μακριά είπες;



→ Μελετώ τις μετρήσεις μήκους στην καθημερινή ζωή και κατανοώ την ανάγκη για μια τυποποιημένη μονάδα μέτρησης.

→ Μελετώ τις υποδιαιρέσεις και τα πολλαπλάσια του μέτρου καθώς και τις σχέσεις μεταξύ τους.

→ Χρησιμοποιώ τα εργαλεία μέτρησης μήκους και εκφράζω τις μετρήσεις με διαφορετικούς αριθμούς.

Δραστηριότητα 1η

Το Σινικό Τείχος της Κίνας χτίστηκε πριν από τουλάχιστον 2.000 χρόνια.

Ο αυτοκράτορας που το κατασκεύασε διέταξε να γίνει έξι άλογα πλατύ στην κορυφή, οχτώ άλογα πλατύ στη βάση και ψηλό όσο πέντε άνθρωποι.

- Ποια μονάδα μέτρησης χρησιμοποιήθηκε για το πλάτος του Τείχους και ποια για το ύψος;**



**Φωτογραφία
Joan Ho**

.....
.....
.....

- Μπορείς να υπολογίσεις πόσο περίπου είναι το ύψος του σε μέτρα;**

.....
.....

- Πώς θα μπορούσες εσύ να μετρήσεις μια απόσταση αν δεν**

υπήρχε διαθέσιμο κάποιο εργαλείο μέτρησης;

.....

.....

- Τι προβλήματα δημιουργεί μια τέτοια μέτρηση;

.....

.....

- «Η μάχη με τους Πέρσες έγινε στη Μυκάλη όπου ο πορθμός έχει πλάτος επτά στάδια».

Τι πληροφορίες μας δίνει η φράση αυτή για τη μέτρηση αποστάσεων στην αρχαία Ελλάδα;

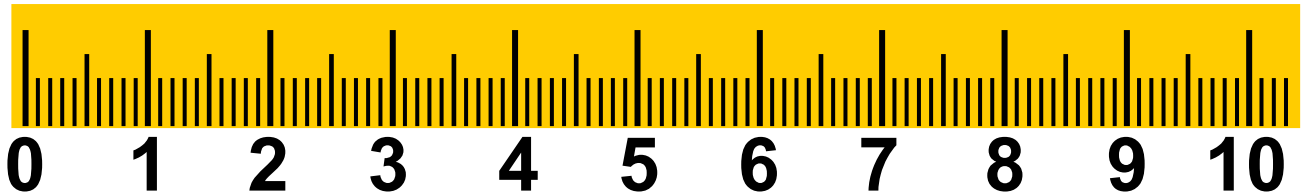
.....

.....

Δραστηριότητα 2η

Η μονάδα μέτρησης αποστάσεων (μήκους, ύψους, πλάτους) που

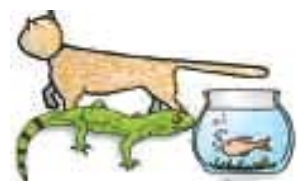
χρησιμοποιείται σήμερα σχεδόν παντού είναι το μέτρο. Ένα τμήμα του μέτρου είναι ο χάρακάς σου.



→ Αν προεκτείνεις το χάρακα μέχρι τα 100 εκατοστόμετρα θα έχεις ένα **μέτρο**

→ Η απόσταση ανάμεσα σε δύο μικρές γραμμούλες είναι ένα **χιλιοστόμετρο**

→ Δέκα χιλιοστόμετρα είναι ένα **εκατοστόμετρο**



- Αν θέλω να εκφράσω το μήκος της γάτας, του χρυσόψαρου και της σαύρας, θα το εκφράσω σε μέτρα ή σε εκατοστά;

- Αν θέλω να εκφράσω το μήκος της τίγρης, του δελφινιού και του

κροκόδειλου, θα το εκφράσω σε μέτρα ή σε εκατοστά;

• Αν θέλω να συγκρίνω το μέγεθος της σαύρας και του κροκόδειλου (ή να υπολογίσω τη διαφορά τους) τι θα κάνω;

.....
.....
.....

• Το Σινικό Τείχος έχει μήκος τρία εκατομμύρια μέτρα! Πόσα χιλιόμετρα νομίζεις ότι είναι;

.....
.....

• Εξήγησε πώς μετέτρεψες τα μέτρα σε χιλιόμετρα:

.....
.....

Διαπιστώνουμε ότι, χρησιμοποιώντας ως μονάδα μέτρησης μήκους το μέτρο, μπορούμε να κάνουμε μετρήσεις που είναι ακριβείς και κατανοητές από όλους.

Μετρήσεις μήκους, πράξεις ανάμεσα σε μετρήσεις

Το μήκος το μετράμε με το μέτρο και το εκφράζουμε σε χιλιοστά, εκατοστά, μέτρα και χιλιόμετρα. Μπορούμε να εκφράσουμε το μήκος με φυσικό, δεκαδικό, συμμιγή ή κλασματικό αριθμό.

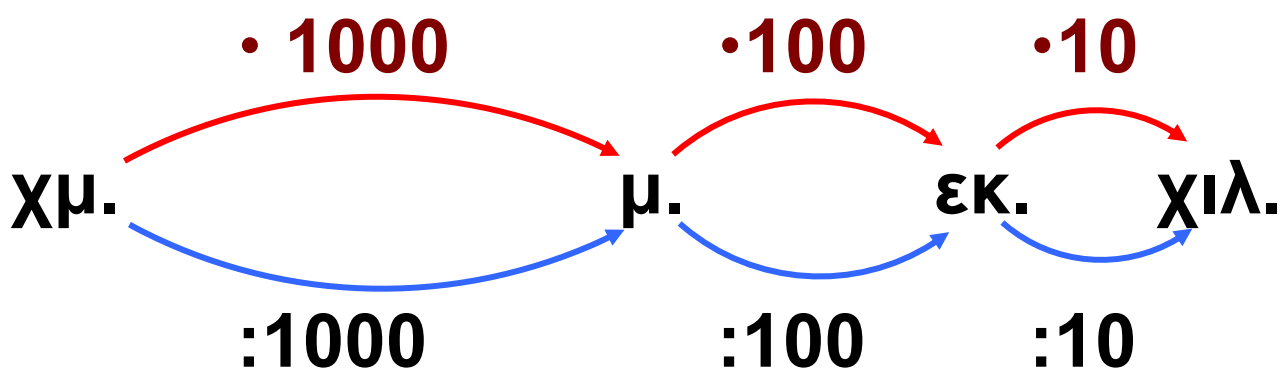
Παράδειγμα

Το μήκος του θρανίου μου είναι **1,20 μ. ή 120 εκ. ή 1 μ. 20 εκ.**

ή $\frac{120}{100}$ μ.

Για να μετατρέψουμε τη μέτρηση από μικρότερη μονάδα σε μεγαλύτερη, διαιρούμε με τον κατάλληλο αριθμό. Αντίστοιχα, για να μετατρέψουμε από μεγαλύτερη μονάδα σε μικρότερη πολλαπλασιάζουμε.

Παράδειγμα



Για να κάνουμε πράξεις ανάμεσα σε μετρήσεις μήκους, πρέπει οι μετρήσεις να εκφράζονται στην ίδια υποδιαίρεση (ή πολλαπλάσιο) του μέτρου και με αριθμούς της ίδιας μορφής.

Παράδειγμα

85 εκ.

1,36μ.

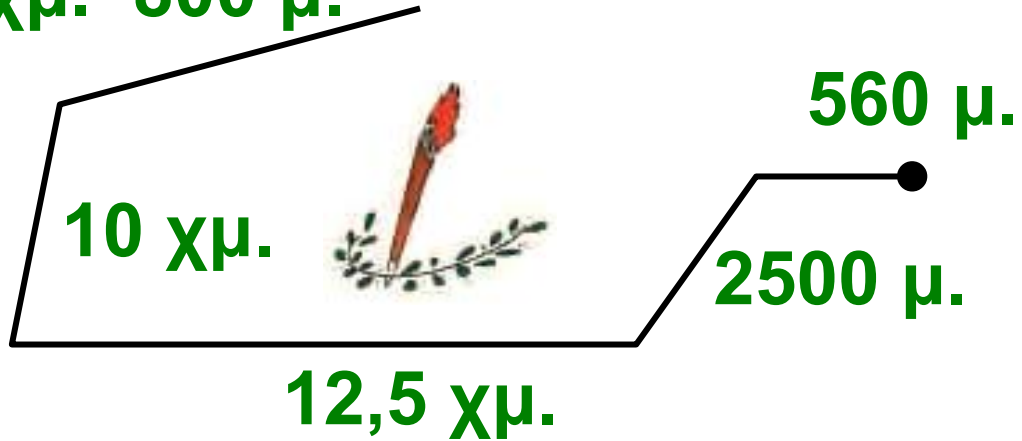
Το συνολικό μήκος των τμημάτων είναι: $85 \text{ εκ.} + 136 \text{ εκ.} = 221 \text{ εκ.}$ ή $2,21 \text{ μ.}$

Σημείωση: Το τμήμα του μέτρου που αποτελείται από 10 εκατοστόμετρα ονομάζεται δεκατόμετρο.

Εφαρμογή

Στο σχεδιάγραμμα της επόμενης σελίδας φαίνονται οι τελευταίοι σταθμοί στη διαδρομή της ολυμπιακής φλόγας μέχρι το βωμό του Σταδίου στην Αθήνα το 2004. Υπολόγισε την απόσταση που διάνυσαν οι λαμπαδηδρόμοι μεταφέροντας τη φλόγα σε αυτή τη διαδρομή.

9 χμ. 800 μ.



Λύση:

Θα προσθέσουμε τις πέντε αυτές αποστάσεις.

1. Θα μετατρέψουμε όλες τις μετρήσεις σε χιλιόμετρα:

Ο συμμιγής αριθμός 9 χμ. 800 μ. θα γίνει δεκαδικός χμ.

Οι μετρήσεις που είναι σε μέτρα πρέπει να διαιρεθούν με το 1000.

Έτσι το 560 μ. θα γίνει χμ.

και το 2.500 μ. θα γίνει χμ.

2. Θα κάνουμε την πρόσθεση:

..... + + +

+ + = χμ.

Απάντηση: Οι λαμπαδηδρόμοι των τελευταίων σταθμών διάνυσαν χιλιόμετρα ή μέτρα μέχρι το Στάδιο.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε το μέτρο, τις υποδιαιρέσεις και τα πολλαπλάσια του. Να εκφράσεις μια μέτρηση που έκανες, με τρεις διαφορετικούς τρόπους.

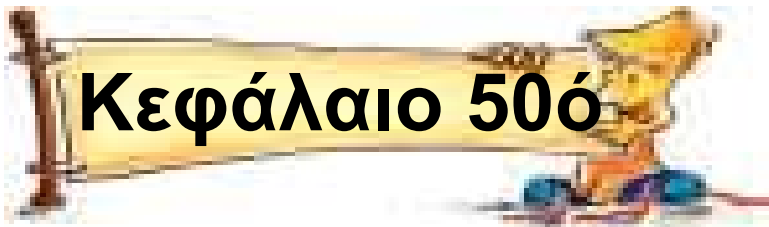
Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

→ Για να μετατρέψουμε τα εκατοστόμετρα σε μέτρα διαιρούμε με το 100.



→ 0,62χιλ. = 620 εκ.

→ Για να μετατρέψουμε μία μεγαλύτερη μονάδα (όπως τα χιλιόμετρα) σε μία μικρότερη (όπως τα μέτρα) πολλαπλασιάζουμε.



Μετρώ και λογαριάζω βάρη

Μπορώ να τα σηκώσω;



→ Μελετώ τις μετρήσεις βάρους στην καθημερινή ζωή.

→ Μελετώ τις υποδιαιρέσεις και το πολλαπλάσιο του κιλού καθώς και τις σχέσεις μεταξύ τους.

→ Εκφράζω τις μετρήσεις βάρους με αριθμούς διαφορετικής μορφής.

Δραστηριότητα 1η



Στο πρόγραμμα Αγωγής Υγείας στο οποίο συμμετείχαν τα παιδιά έμαθαν ότι το μεγαλύτερο βάρος που επιτρέπεται να σηκώνει ένας μαθητής χωρίς να κινδυνεύει είναι

ίσο με το 10% του σωματικού του βάρους!

• Ποια μονάδα μέτρησης χρησιμοποιούμε για να εκφράσουμε το βάρος των σωμάτων;

• Πώς μπορείς να βρεις το βάρος σου;

.....

• Με πόσους τρόπους μπορείς να βρεις το βάρος της τσάντας σου;

.....

.....

.....

• Πώς θα διαπιστώσεις αν η τσάντα σου έχει το επιτρεπτό βάρος;

.....

.....

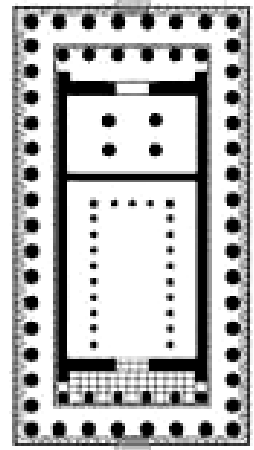
Δραστηριότητα 2η



Ο Παρθενώνας είναι ένα μοναδικό έργο της παγκόσμιας αρχιτεκτονικής. Το χτίσιμό του ήταν ένα πολύ δύσκολο επίτευγμα αν σκεφτεί κανείς, ότι οι κολόνες που τον απαρτίζουν, είναι τεράστια κομμάτια από μάρμαρο και έχουν μεταφερθεί από την Πεντέλη που βρίσκεται 19 χιλιόμετρα μακριά! Οι εξωτερικές κολόνες μόνο, υπολογίζεται ότι ζυγίζουν η καθεμία κατά μέσο όρο 90 τόνους!

- Μελετώντας την παρακάτω κάτοψη του Παρθενώνα, όπου κάθε μαύρος κύκλος παριστάνει μία κολόνα, υπολόγισε το βάρος του μαρμάρου που χρησιμοποιήθηκε για όλες τις εξωτερικές κολόνες:

.....
.....



- Θα εκφράσεις τη μέτρηση αυτή σε γραμμάρια, σε κιλά ή σε τόνους;

- Ανάφερε δύο υλικά σώματα των οποίων το βάρος να εκφράζεται σε γραμμάρια:
κιλά:
τόνους:

- Όταν θέλουμε να συγκρίνουμε δύο μετρήσεις βάρους που η μία να εκφράζεται σε τόνους και η άλλη σε κιλά, τι κάνουμε; [Για παράδειγμα, αν θέλουμε να βρούμε τη διαφορά στο βάρος του ενήλικου ελέφαντα (5 τόνοι) και του νεογέννητου μικρού του (150 κιλά)].

.....
.....

Από τις προηγούμενες δραστηριότητες διαπιστώνουμε ότι μπορούμε να υπολογίσουμε το βάρος των υλικών σωμάτων, όσο μικρά ή μεγάλα κι αν είναι αυτά, και να εκφράσουμε τις μετρήσεις χρησιμοποιώντας το κιλό, το γραμμάριο ή τον τόνο.

Μετρήσεις βάρους, πράξεις ανάμεσα σε μετρήσεις

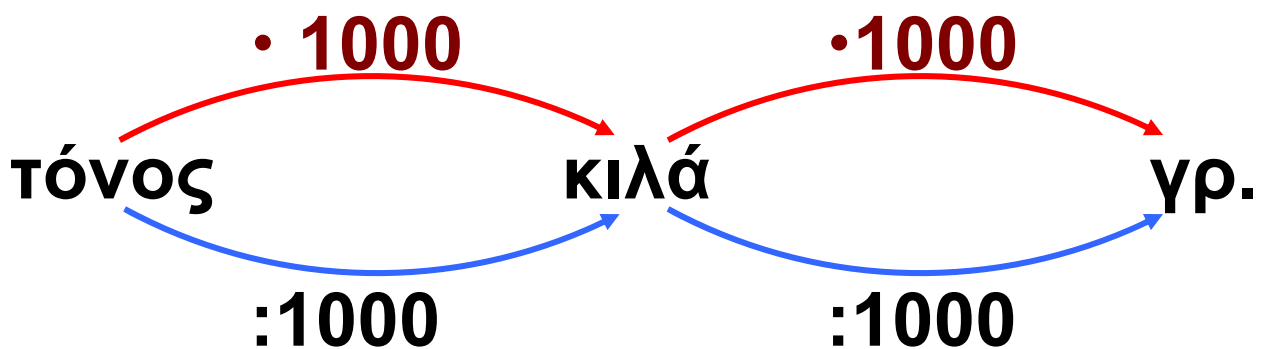
Μονάδα μέτρησης του βάρους είναι το κιλό (κ.) ή χιλιόγραμμα (χγρ. ή kg). Υποδιαίρεση του κιλού είναι το γραμμάριο (γρ. ή gr) και πολλαπλάσιο του ο τόνος (τόν. ή t). Τη μέτρηση μπορούμε να την εκφράσουμε με δεκαδικό, φυσικό ή συμμιγή αριθμό.

Παράδειγμα

Το βάρος της τσάντας είναι 4,8
κιλά ή 4.800 γρ. ή 4 κιλά 800
γραμμάρια.

Για να μετατρέψουμε τη μέτρηση
από μικρότερη μονάδα σε μεγαλύ-
τερη, διαιρούμε με τον κατάλληλο
αριθμό. Αντίστοιχα, για να μετα-
τρέψουμε από μεγαλύτερη μονάδα
σε μικρότερη πολλαπλασιάζουμε.

Παράδειγμα



Για να κάνουμε πράξεις ανάμεσα σε
μετρήσεις βάρους, πρέπει οι
μετρήσεις να εκφράζονται στην ίδια
υποδιαίρεση (ή πολλαπλάσιο) του

κιλού και με αριθμούς της ίδιας μορφής.

Παράδειγμα

$$2,5 \text{ κ.} + 650 \text{ γρ.} =$$

$$2,5 \text{ κ.} + 0,65 \text{ κ.} = 3,15 \text{ κ.}$$

Εφαρμογή

Το βάρος ενός φύλλου φωτοτυπικού χαρτιού είναι 5 γραμμάρια. Ο δήμος Θεσσαλονίκης συγκέντρωσε σε ένα μήνα τις παρακάτω ποσότητες χαρτιού για ανακύκλωση από κάθε δημοτικό διαμέρισμα αντίστοιχα:

Α': 1 τόν., **Β': 1 τόν. 500 κ.,**

Γ': 1,59 τόν., **Δ': 1.200 κ.**

Αν το σύνολο αυτής της ποσότητας γίνει ανακυκλωμένο χαρτί

**φωτοτυπικού, πόσα φύλλα ανα-
κυκλωμένου χαρτιού θα γίνουν;**

Λύση:

**1. Για να προσθέσω τους παρα-
πάνω αριθμούς, θα μετατρέψω όλες
τις μετρήσεις σε τόνους ενώ
παράλληλα θα μετατρέψω τον
συμμιγή σε δεκαδικό:**

A': 1 τόν.,

B': 1 τόν. 500 κ. = 1,5 τόν.,

Γ': 1,59 τόν.,

Δ': 1.200 : 1.000 = 1,2 τόν.

**(αν αποφασίσεις να μετατρέψεις τις
μετρήσεις σε κιλά, τι θα γίνει ο
συμμιγής;.....)**

**2. Βρίσκω με πρόσθεση τη
συνολική ποσότητα:**

1 + 1,5 + 1,59 + 1,2 = τόν.

3. Θα μετατρέψω τους τόνους σε γραμμάρια για να κάνω διαίρεση μέτρησης:

$$\dots \cdot \mathbf{1.000.000} = \dots \text{ γρ.}$$

4. Κάνω τη διαίρεση:

$$\dots : 5 = \dots$$

Απάντηση:

Οι τόνοι χαρτιού που συγκεντρώθηκαν από το δήμο για ανακύκλωση θα μπορούσαν να γίνουν φύλλα ανακυκλωμένου φωτοτυπικού χαρτιού.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε το **κιλό**, το **γραμμάριο** και τον **τόνο**.
Να εκφράσεις μια μέτρηση βάρους, με τρεις διαφορετικούς τρόπους.

Σημειώστε **Σ** αν είναι σωστές ή **Λ** αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

→ Για να μετατρέψουμε τα γραμμάρια σε τόνους διαιρούμε με το 1.000.

→ Για να μετατρέψουμε τους τόνους σε κιλά πολλαπλασιάζουμε με το 1.000.

→ $\frac{3}{4}$ τόνου = 75.000 γραμμάρια

Περιεχόμενα του 4ου τόμου

3η Θεματική Ενότητα

(συνέχεια από τον 3ο τόμο)

41. Παίζοντας με τα ποσοστά
(Βρίσκω το ποσοστό) 7
42. Ποσοστά της αλλαγής
(Λύνω προβλήματα με
ποσοστά: Βρίσκω την
τελική τιμή) 15
43. Από πού έρχομαι; (Λύνω
προβλήματα με ποσοστά:
Βρίσκω την αρχική τιμή)..... 25
44. Η εξερεύνηση του άγνωστου!
(Η έννοια της μεταβλητής) 35
- Όταν μιλάμε συμβολικά.
(Ανακεφαλαίωση για τη θεματική
ενότητα 3:
Λόγοι - Αναλογίες) 45

4η Θεματική Ενότητα

Συλλογή και επεξεργασία
δεδομένων 54

45. Αξίζει όσο χίλιες λέξεις...
(Απεικονίζω δεδομένα με
ραβδόγραμμα
ή εικονόγραμμα) 57
46. Η ώρα των αποφάσεων
(Ταξινομώ δεδομένα –
εξάγω συμπεράσματα) 68
47. Το πήρες το μήνυμα;
(Άλλοι τύποι γραφημάτων) 79
48. Ο Προκρούστης των αριθμών
(Βρίσκω το μέσο όρο) 91

5η Θεματική Ενότητα

Μετρήσεις - Μοτίβα 101

49. Πόσο μακριά είπες;
(Μετρώ το μήκος) 103
50. Μπορώ να τα σηκώσω;
(Μετρώ και λογαριάζω βάρη) 114

Βάσει του ν. 3966/2011 τα διδακτικά βιβλία του Δημοτικού, του Γυμνασίου, του Λυκείου, των ΕΠΑ.Λ. και των ΕΠΑ.Σ. τυπώνονται από το ΙΤΥΕ - ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ και διανέμονται δωρεάν στα Δημόσια Σχολεία. Τα βιβλία μπορεί να διατίθενται προς πώληση, όταν φέρουν στη δεξιά κάτω γωνία του εμπροσθόφυλλου ένδειξη «ΔΙΑΤΙΘΕΤΑΙ ΜΕ ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΗΣ». Κάθε αντίτυπο που διατίθεται προς πώληση και δεν φέρει την παραπάνω ένδειξη θεωρείται κλεψίτυπο και ο παραβάτης διώκεται σύμφωνα με τις διατάξεις του άρθρου 7 του νόμου 1129 της 15/21 Μαρτίου 1946 (ΦΕΚ 1946,108, Α').

Απαγορεύεται η αναπαραγωγή οποιουδήποτε τμήματος αυτού του βιβλίου, που καλύπτεται από δικαιώματα (copyright), ή η χρήση του σε οποιαδήποτε μορφή, χωρίς τη γραπτή άδεια του Υπουργείου Παιδείας, Θρησκευμάτων και Αθλητισμού / ΙΤΥΕ - ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ.