Μαθηματικά Στ΄ Δημοτικού

5ος τόμος

Κεφάλαια 51-60

Γ΄ Κ.Π.Σ. / ΕΠΕΑΕΚ ΙΙ / Ενέργεια 2.2.1 / Κατηγορία Πράξεων 2.2.1.α: «Αναμόρφωση των προγραμμάτων σπουδών και συγγραφή νέων εκπαιδευτικών πακέτων»

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ

Μιχάλης Αγ. Παπαδόπουλος
Ομότιμος Καθηγητής του Α.Π.Θ
Πρόεδρος του Παιδαγωγ. Ινστιτούτου

Πράξη με τίτλο: «Συγγραφή νέων βιβλίων και παραγωγή υποστηρικτικού εκπαιδευτικού υλικού με βάση το ΔΕΠΠΣ και τα ΑΠΣ για το Δημοτικό και το Νηπιαγωγείο»

Επιστημονικός Υπεύθυνος Έργου
Γεώργιος Τύπας
Μόνιμος Πάρεδρος του Παιδ. Ινστιτ.

Αναπληρωτής Επιστημ. Υπεύθ. Έργου
Γεώργιος Οικονόμου
Μόνιμος Πάρεδρος του Παιδ. Ινστιτ.

Έργο συγχρηματοδοτούμενο 75% από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο και 25% από εθνικούς πόρους.

ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ

Όλγα Κασώτη, Εκπαιδευτικός
Πέτρος Κλιάπης, Εκπαιδευτικός
Θωμάς Οικονόμου, Εκπαιδευτικός

ΚΡΙΤΕΣ – ΑΞΙΟΛΟΓΗΤΕΣ

Δέσποινα Πόταρη, Καθηγήτρια του Πανεπιστημίου Πατρών
Δέσποινα Αγγελοπούλου, Σχολική Σύμβουλος
Κωνσταντίνος Βρυώνης, Εκπαιδευτικός

ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΣΗ

Ανδρέας Κατσαούνης, Σκιτσογράφος-Εικονογράφος

ΦΙΛΟΛΟΓΙΚΗ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

Ευφροσύνη Ξιξή, Φιλόλογος

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΚΑΤΑ ΤΗ ΣΥΓΓΡΑΦΗ

Γεώργιος Τύπας, Μόνιμος Πάρεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΤΟΥ ΥΠΟΕΡΓΟΥ
Αθανάσιος Σκούρας,
Μόνιμος Πάρεδρος του
Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

ΕΞΩΦΥΛΛΟ
Νικόλαος Ναυρίδης,
Εικαστικός καλλιτέχνης

ΠΡΟΕΚΤΥΠΩΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ
ACCESS ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΤΕΧΝΕΣ Α.Ε.

Στη συγγραφή του δεύτερου μέρους (1/3) έλαβε μέρος και ο Κώστας Ζιώγας, Εκπαιδευτικός

ΔΙΑΣΚΕΥΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΟΡΑΣΗΣ
Ομάδα Εργασίας
Αποφ. 16158/6-11-06 και 75142/Γ6/11-7-07 ΥΠΕΠΘ

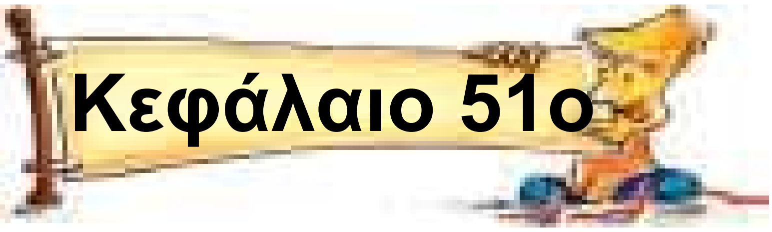
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ,
ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

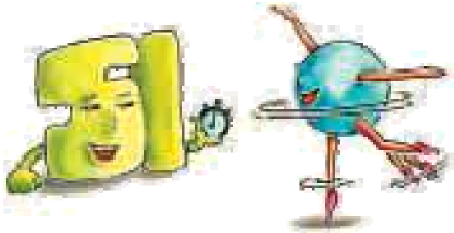
Πέτρος Κλιάπης Όλγα Κασώτη
Θωμάς Οικονόμου

Μαθηματικά Στ΄ Δημοτικού

5ος τόμος

Κεφάλαια 51-60





Μετρώ το χρόνο

Σταμάτα μια στιγμή!

→ Εκφράζω την ώρα με διαφορετικούς τρόπους.

→ Μελετώ τις υποδιαιρέσεις και τα πολλαπλάσια της ώρας καθώς και τις σχέσεις μεταξύ τους.

→ Μαθαίνω για τη διαφορά ώρας στα διάφορα μέρη της γης.

→ Λύνω προβλήματα σχετικά με χρονική διάρκεια.

Δραστηριότητα 1η

Στην παρακάτω εικόνα βλέπεις ένα τμήμα από το τηλεοπτικό πρόγραμμα.

16:30	Εκπαιδευτική Τηλεόραση
17:00	Κινούμενα Σχέδια
17:45	Ειδήσεις, Καιρός
18:00	Ντοκιμαντέρ για τη φύση
19:00	Παιδική εκπομπή
21:30	Μουσική εκπομπή
00:30	Αθλητική εκπομπή
01:00	Ειδήσεις
01:10	Ξένη ταινία

- Ποιο πρόγραμμα έχει τη μεγαλύτερη διάρκεια;
- Ποιο έχει τη μικρότερη διάρκεια;
- Αν θέλεις να μαγνητοσκοπήσεις το πρόγραμμα εκπαιδευτικής τηλεόρασης και τα κινούμενα σχέδια, αρκεί να ρυθμίσεις την εγγραφή για 1 ώρα;
- Αν θέλεις να μαγνητοσκοπήσεις τη μουσική εκπομπή, για πόσες

ώρες πρέπει να ρυθμίσεις την εγγραφή;

- Τι ώρα αρχίζει η αθλητική εκπομπή; ....

- Να εκφράσεις την ώρα 17:45 με όσους τρόπους μπορείς:

....

....

Δραστηριότητα 2η

Το Γκρήνουιτς (Greenwich) είναι μια περιοχή του Λονδίνου, σε σχέση με την οποία έχει ρυθμιστεί η ώρα όλου του πλανήτη. Οι χώρες που βρίσκονται στα ανατολικά του Γκρήνουιτς είναι μπροστά στην ώρα και οι χώρες που βρίσκονται στα δυτικά του είναι πίσω στην ώρα. Η Αθήνα βρίσκεται στη ζώνη

«ώρα Γκρήνουιτς + 2» (GMT + 2).

- **Η πτήση Λονδίνο - Αθήνα διαρκεί 4 ώρες. Αν κάποιος αναχωρήσει από το Λονδίνο στις 9:30, θα προλάβει την πτήση από Αθήνα για Θεσσαλονίκη στις 14:30;**

Εξήγησε: ....

....

....

- **Η πτήση Αθήνα - Λονδίνο αναχωρεί στις 18:30. Τι ώρα θα είναι στο Λονδίνο, όταν προσγειωθεί; Κάνε τις πράξεις:** ....

....

....

Η μέτρηση του χρόνου είναι σχετική με την περιστροφή της Γης γύρω από τον εαυτό της (μερόνυχτο) και την περιστροφή της γύρω από τον Ήλιο (έτος). Για πρακτικούς λόγους

έχουμε χωρίσει την ημέρα σε 24 ίσα κομμάτια (ώρες) και υπολογίζουμε τη διάρκεια των δραστηριοτήτων μας με τις ώρες, τις υποδιαιρέσεις και τα πολλαπλάσια τους.

Μετρήσεις χρόνου – Υπολογισμός χρονικής διάρκειας

Τα μικρά χρονικά διαστήματα τα μετρούμε με την **ώρα** και τις υποδιαιρέσεις της.
1 ώρα = 60 **λεπτά** (λ.),
1 λεπτό = 60 **δευτερόλεπτα** (δ.).

Παράδειγμα

Το μάθημα διαρκεί 45 λεπτά ενώ το διάλειμμα μόνο 10.

Τα μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα τα μετράμε με την **ημέρα** (24 ώρες) και τα πολλαπλάσιά της: **εβδομάδα** (7 ημέρες), **μήνας** (30 ημέρες),

έτος (12 μήνες).
Για πολύ μεγάλες χρονικές περιόδους χρησιμοποιούμε τον **αιώνα** (100 έτη) ή τη **χιλιετία** (1.000 έτη).

Παράδειγμα

Ο μέσος όρος ζωής του ανθρώπου είναι 75 χρόνια.

Τις ώρες μπορούμε να τις εκφράσουμε με 12ωρο τρόπο (π.μ. ή μ.μ.) ή 24ωρο. Όταν κάνουμε πράξεις ανάμεσα σε ώρες για να υπολογίσουμε μια χρονική διάρκεια, πρέπει να εκφράζουμε τις ώρες με 24ωρο τρόπο.

Παράδειγμα

8:15 μ.μ. σημαίνει 8 ώρες και 15 λεπτά μετά τις 12 το μεσημέρι, δηλαδή 8:15 + 12:00 = **20:15**

ΠΡΟΣΟΧΗ: Οι ώρες και οι ημερομηνίες είναι συμμιγείς αριθμοί.

Παράδειγμα

Το 6:30 δεν είναι 6,30.

Εφαρμογή 1η

Τα παιδιά πηγαίνουν στο σχολείο στις 8:15 π.μ. και σχολάνε στη 1:30 μ.μ. Πόσες ώρες μένουν στο σχολείο;

Λύση:

Για να υπολογίσουμε τη χρονική διάρκεια ανάμεσα στην ώρα έναρξης και την ώρα λήξης των μαθημάτων πρέπει να βρούμε τη διαφορά τους.

1. Θα μετατρέψουμε την ώρα λήξης στον 24ωρο τρόπο έκφρασης:
1:30 + 12 = 13:30

2. **Θα κάνουμε την αφαίρεση των συμμιγών αριθμών:**

13 ώρες	30 λεπτά
– 8 ώρες	15 λεπτά
.... ώρες	.... λεπτά

Απάντηση:

Τα παιδιά μένουν στο σχολείο … ώρες και … λεπτά.

Εφαρμογή 2η

Ο ποιητής Κωστής Παλαμάς γεννήθηκε στις 13 Ιανουαρίου 1859 και πέθανε στις 27 Φεβρουαρίου 1943. Πόσο έζησε;

Λύση:

Κάνω την αφαίρεση των συμμιγών αριθμών:

1943 έτη 2 μήνες 27 ημέρες
– 1859 έτη 1 μήνας 13 ημέρες

....

Απάντηση:

Έζησε … έτη … μήνες … ημέρες

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε τις **μονάδες μέτρησης του χρόνου**. Ανάφερε όλες από τη μικρότερη στη μεγαλύτερη, με τη σχέση που συνδέει τη μία με την άλλη.

Σημειώστε **Σ** αν είναι σωστές ή **Λ** αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

→ Για να μετατρέψουμε 3 μήνες σε ώρες πολλαπλασιάζουμε 3 • 30 ☐

→ **Για να μετατρέψουμε τα έτη σε χιλιετίες πολλαπλασιάζουμε με το 1000.** ☐

→ **$2\frac{3}{4}$ ώρες + 30 λεπτά = 3 ώρες 15 λεπτά** ☐

Κεφάλαιο 52ο

Μετρώ την αξία με χρήματα

Όσο – όσο ...

→ Μελετώ το ΕΥΡΩ, μαθαίνω τι είναι ισοτιμία νομισματικών μονάδων.

→ Μαθαίνω τι είναι ο τόκος και το επιτόκιο.

→ Λύνω προβλήματα σχετικά με χρήματα.

Δραστηριότητα 1η

Φαντάσου να έπρεπε, για να πάρεις μια μπλούζα, να δώσεις ένα καλάθι μήλα! Από πολύ νωρίς οι άνθρωποι κατάλαβαν ότι η μέθοδος της ανταλλαγής είναι «άβολη» και

χρησιμοποίησαν για το εμπόριο τα χρήματα με συμφωνημένη αξία.

- Να κάνεις μια κατάσταση με κάποια πράγματα που θα ήθελες να ψωνίσεις:

____
____
____
____
____

- Πόσα λεφτά θα έπαιρνες μαζί σου για τα ψώνια αυτά;

....

- Όταν αγοράζεις κάθε προϊόν έχεις το ακριβές αντίτιμο;

- Αν όχι, περίγραψε τι γίνεται στην περίπτωση αυτή:

....

....

....

• Γιατί οι χώρες στην Ευρωπαϊκή Ένωση χρησιμοποιούν το ίδιο νόμισμα;

Δραστηριότητα 2η

Οι τράπεζες είναι ιδρύματα που διαχειρίζονται χρήματα.

Όταν μας δανείζει χρήματα η τράπεζα, πληρώνουμε ένα ποσό (τόκος), το οποίο είναι ένα ποσοστό του χρηματικού ποσού που δανειστήκαμε. Η τράπεζα το υπολογίζει σύμφωνα με ένα ποσοστό στα 100 (επιτόκιο) που έχει ορίσει για αμοιβή. Αντίθετα, όταν εμείς καταθέτουμε χρήματα στην τράπεζα, τότε η τράπεζα πληρώνει τόκο σε εμάς (που τον υπολογίζει πάλι σύμφωνα με κάποιο επιτόκιο).

Θυμάσαι τα ποσοστά; Για να βρεις τον τόκο που θα πληρώσεις ή θα πάρεις θα εργαστείς όπως στα προβλήματα με ποσοστά.

- **Η Τράπεζα προσφέρει επιτόκιο 2% το χρόνο για τις καταθέσεις. Πόσο τόκο θα πάρεις σε ένα χρόνο αν καταθέσεις 1.000 €;**

Εξήγησε τον τρόπο με τον οποίο το υπολόγισες:

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

- **Η Τράπεζα ζητάει επιτόκιο 8% το χρόνο για τα δάνεια! Πόσο τόκο θα πληρώσεις σε ένα χρόνο αν δανειστείς 1.000 €;**

Εξήγησε τον τρόπο με τον οποίο το υπολόγισες:

……………………………………………

....

....

Τα χρήματα χρησιμοποιούνται για να εκφράσουν την αξία ενός αντικειμένου ή μιας υπηρεσίας. Με χρήματα αγοράζουμε ή πουλάμε αντικείμενα και υπηρεσίες.

Νομισματική μονάδα, επιτόκιο, τόκος

Κάθε κράτος έχει τη δική του νομισματική μονάδα. Στην Ενωμένη Ευρώπη όμως, τα περισσότερα κράτη έχουν κοινή νομισματική μονάδα: το ΕΥΡΩ (€).

1 € = 100 λεπτά

Αν θέλουμε να αλλάξουμε τα ΕΥΡΩ με νομίσματα άλλων κρατών, η τράπεζα θα ελέγξει την ισοτιμία των νομισμάτων.

Παράδειγμα

Το νόμισμα της Αμερικής είναι το δολάριο ($)   1 $ = 100 σεντς
Βρες την ισοτιμία δολαρίου και ΕΥΡΩ ……………………………………

Όταν καταθέτουμε ή δανειζόμαστε χρήματα, παίρνουμε ή πληρώνουμε αντίστοιχα ένα ποσό για την πράξη αυτή. Το ποσό αυτό λέγεται τόκος.
Επιτόκιο είναι ο τόκος για 100 € για ένα έτος.

Παράδειγμα

Δανείζομαι 100 € με επιτόκιο 5%.
Σε ένα χρόνο δίνω 5 € τόκο.
Δανείζω 100 € με επιτόκιο 2%. Σε ένα χρόνο θα πάρω 2 € τόκο.

Εφαρμογή 1η

Διαχειρίζομαι χρήματα

Είσαι έμπορος παιχνιδιών και σκέφτεσαι να εισάγεις παιχνίδια από την Κίνα. Τι πρέπει να υπολογίσεις, για να βρεις πόσο πρέπει να πουλήσεις κάθε παιχνίδι στην ελληνική αγορά και να έχεις κέρδος;

Λύση - Απάντηση:

1. Πρέπει να υπολογίσω, σύμφωνα με την ισοτιμία των νομισμάτων (με πολλαπλασιασμό ή διαίρεση), πόσο στοιχίζουν τα παιχνίδια σε ΕΥΡΩ.

2. Μετά θα προσθέσω στην τιμή αγοράς το κόστος μεταφοράς των παιχνιδιών.

3. Θα διαιρέσω για να βρει πόσο μου κοστίζει κάθε παιχνίδι μετά τη μεταφορά.

4. Θα υπολογίσω τους φόρους.

5. Στο τελικό κόστος του παιχνιδιού θα προσθέσω το επιθυμητό κέρδος.

6. Η τιμή πώλησης στην Ελλάδα είναι ανταγωνιστική σε σχέση με τα ελληνικά παιχνίδια;

Εφαρμογή 2η

Εξόφληση δανείου

Η κυρία Τζεκάκη, για να αγοράσει ένα αυτοκίνητο, πήρε δάνειο από την Τράπεζα 8.000 € με επιτόκιο 12%. Πόσο τόκο θα έχει πληρώσει όταν εξοφλήσει το δάνειο σε δύο χρόνια;

Λύση:

Μπορούμε να λύσουμε το πρόβλημα με όποια από τις μεθόδους επίλυσης προβλημάτων με ποσοστά θέλουμε. Ένας τρόπος

είναι εφαρμόζοντας την αναλογία:

$$\frac{\textbf{τόκος}}{\textbf{κεφάλαιο}} \quad \frac{12}{100} = \frac{x}{100}$$

Επομένως **100 • x = 12 • 8000**

Άρα x = $\frac{}{……}$ **x =** $\frac{}{……}$

x = ………

Αυτό που βρήκαμε είναι ο τόκος για ένα έτος. Άρα …… **• 2 =** ………

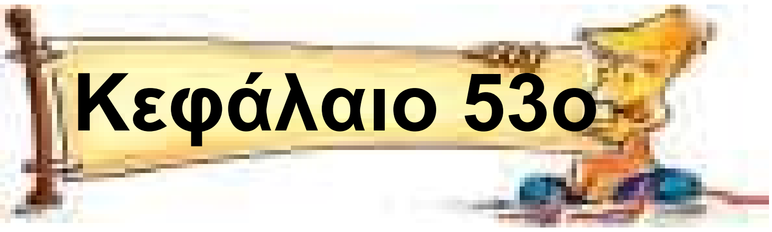
Απάντηση: **Όταν εξοφλήσει το δάνειο η κ. Τζεκάκη, εκτός από το κεφάλαιο των 8.000 € που δανείστηκε, θα έχει πληρώσει και** ……….. **€ τόκο.**

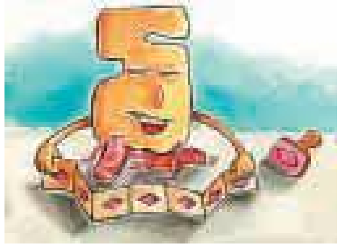
Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε τη νομισματική μονάδα ΕΥΡΩ (€) και τους όρους τόκος και επιτόκιο. Να χρησιμοποιήσεις τους όρους αυτούς σε ένα δικό σου παράδειγμα.

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- → Για 100 ΕΥΡΩ πήραμε 120 δολάρια. Άρα η ισοτιμία ήταν: 1 € = 1,2 $. ☐
- → Αν καταθέσω 1.000 € με επιτόκιο 2%, σε 6 μήνες θα πάρω τόκο 20 €. ☐
- → 3.500 λεπτά = 350 € ☐





Γεωμετρικά μοτίβα

Ωραίο σχέδιο!

→ Αναγνωρίζω γεωμετρικά μοτίβα.

→ Κατανοώ ότι τα μοτίβα περιγράφουν μια κανονική ή προβλέψιμη αλλαγή.

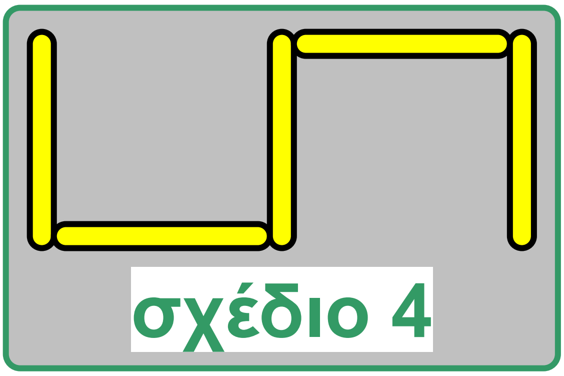
→ Περιγράφω μοτίβα και συνεχίζω την ακολουθία.

Δραστηριότητα 1η

Οι παρακάτω εικόνες είναι από ένα διαφημιστικό φυλλάδιο με σχέδια για φράχτες.

σχέδιο 2

σχέδιο 3



σχέδιο 4

- **Για να καταλάβεις πως θα είναι ο φράχτης, χρειάζεται να υπάρχει μεγαλύτερο τμήμα του στην εικόνα;**

....

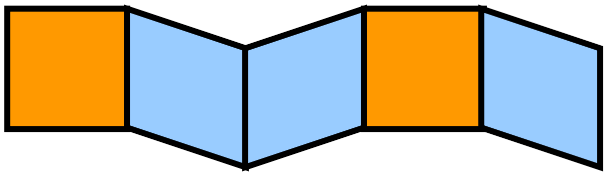
- **Γιατί συμβαίνει αυτό; (Ποιο είναι το κοινό χαρακτηριστικό όλων των παραπάνω σχεδίων;)**

....

- **Χρησιμοποιώντας ξυλάκια, να φτιάξεις ένα δικό σου δείγμα για φράχτη.**

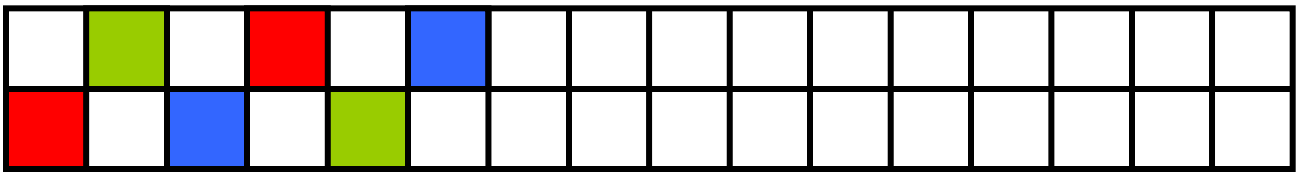
Δραστηριότητα 2η

Παρακάτω βλέπεις ένα τμήμα από μια διακοσμητική κατασκευή.



- **Να συνεχίσεις την κατασκευή ώστε τα κουτάκια να γίνουν επτά.**

Χρησιμοποίησε χρωματιστούς κύβους κατασκευών (ή χρωματιστά χαρτάκια) για να φτιάξεις ένα σχέδιο όπως το παρακάτω.



- **Να συνεχίσεις την κατασκευή ώστε να φαίνονται δέκα χρωματιστά κουτάκια.**

- **Εξήγησε τι χρειάστηκε να παρατηρήσεις για να συνεχίσεις την ακολουθία και στις δύο περιπτώσεις:**

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

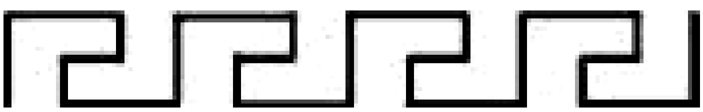
- **Χρησιμοποίησε χρωματιστούς κύβους κατασκευών (ή χρωματιστά χαρτάκια) για να φτιάξεις ένα δικό σου σχέδιο που επαναλαμβάνεται.**

Πολλές φορές, για να αναλύσουμε ένα σύνθετο πρόβλημα, είναι χρήσιμο να εξετάσουμε αν υπάρχει κάποιο στοιχείο που επαναλαμβάνεται.

Γεωμετρικά μοτίβα

Το στοιχείο που επαναλαμβάνεται και δημιουργεί ένα σχέδιο ονομάζεται γεωμετρικό μοτίβο

Παράδειγμα



Αρχαίος ελληνικός μαίανδρος

Για να δημιουργήσουμε ή να επεκτείνουμε ένα σχέδιο με επαναλαμβανόμενα μέρη, αρκεί να γνωρίζουμε το μοτίβο του και τον τρόπο με τον οποίο αυτό επαναλαμβάνεται.

Εφαρμογή 1η

Μοτίβα στη φύση

Ποιο είναι το μοτίβο στη δημιουργία της κηρήθρας των μελισσών;

Λύση - Απάντηση:

Παρατηρώντας το σύνθετο σχέδιο μιας κηρήθρας μελισσών, διαπιστώνουμε ότι το μοτίβο που επαναλαμβάνεται είναι ένα κανονικό εξάγωνο (δηλαδή ένα εξάγωνο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες). Το ένα εξάγωνο με το άλλο εφάπτονται στη μία πλευρά.

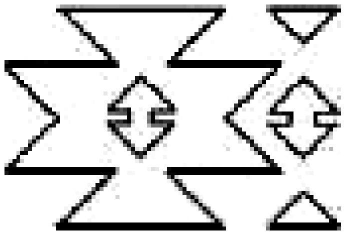
Εφαρμογή 2η

Μοτίβα στην τέχνη

Στην Ελλάδα, αλλά και σε πολλές άλλες χώρες, δημιουργήθηκαν από τους λαϊκούς πολιτισμούς υπέροχα μοτίβα που χρησιμοποιήθηκαν για κατασκευή κουβερτών ή χαλιών.

Στη διπλανή εικόνα φαίνεται ένα χαλί με παραδοσιακό ελληνικό σχέδιο. Προσπαθήστε να διακρίνετε το μοτίβο και να το σχεδιάσετε πιο κάτω.

Λύση-Απάντηση:

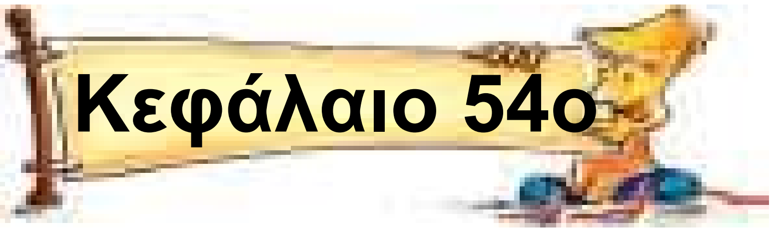


Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

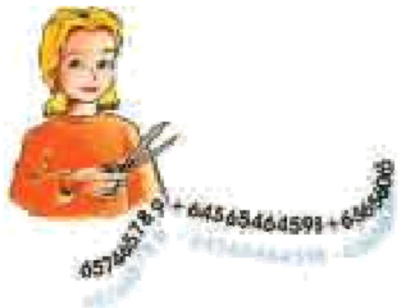
Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τον όρο γεωμετρικό μοτίβο. Να αναφέρεις ένα δικό σου παράδειγμα με κάποιο σχέδιο βασισμένο σε ένα μοτίβο.

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- **Τα βήματα στο χορό αποτελούν ένα μοτίβο** ☐
- **Το μοτίβο ενός σχεδίου με βοηθά να προβλέψω τη συνέχειά του.** ☐
- **Όλα τα σχέδια βασίζονται σε κάποιο μοτίβο.** ☐



Κεφάλαιο 54ο



Αριθμητικά μοτίβα

Τι είναι αυτό που μας ενώνει;

➙ Αναγνωρίζω αριθμητικά μοτίβα.

➙ Βρίσκω τον κανόνα ενός αριθμητικού μοτίβου και συνεχίζω την ακολουθία.

➙ Διακρίνω αν υπάρχει μοτίβο σε ένα πρόβλημα και το χρησιμοποιώ για τη λύση.

Δραστηριότητα 1η

Διαβάστε μια αστεία ιστορία:

Μια μέρα ο πατέρας του Τοτού του έδωσε 1 €. Εκείνος, όταν βρήκε το φίλο του, άλλαξε το ΕΥΡΩ του με

δύο πενηντόλεπτα, γιατί σκέφτηκε ότι «δύο είναι καλύτερα από ένα». Αργότερα άλλαξε τα δύο πενηντόλεπτα με τρία εικοσάλεπτα καθώς σκέφτηκε ότι «τρία είναι καλύτερα από δύο».

Μετά τα άλλαξε κι αυτά με τέσσερα δεκάλεπτα και, περήφανος πια, πήγε να πει στον πατέρα του το κατόρθωμά του!

- **Ποιο νόμιζε ο Τοτός ότι ήταν το κατόρθωμά του;** ....

....

....

- **Τι προσπαθούσε να κάνει κάθε φορά;** ....

....

- Μπορείς να περιγράψεις τα βήματα που ακολούθησε το παιδί με ένα μοτίβο; ....

....

- Αν συνέχιζε τις αλλαγές, σύμφωνα με το μοτίβο που ακολουθούσε, με τι θα άλλαζε τα τέσσερα δεκάλεπτά του;

....

Δραστηριότητα 2η

Παρακάτω φαίνεται μια σελίδα του ημερολογίου.

Δ	Τ	Τ	Π	Π	Σ	Κ
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

- **Προσπαθήστε να ανακαλύψετε το μοτίβο στη σειρά των αριθμών στην πράσινη στήλη:**

2, 9, 16, ___, ___ : ....

....

- **Προσπαθήστε τώρα να ανακαλύψετε το μοτίβο στη σειρά των αριθμών στα μοβ κουτάκια:**

7, 13, 19, ___, ___, ___ : ....

....

- **Μπορείτε να διαλέξετε κάποια άλλα κουτάκια και να ανακαλύψετε ένα μοτίβο.**

....

....

Από τις παραπάνω δραστηριότητες διαπιστώνουμε ότι σε μια σειρά αριθμών πολλές φορές είναι χρήσιμο να αναζητήσουμε αν

υπάρχει κάποιος κανόνας που ορίζει τη σειρά αυτή, με σκοπό να προβλέψουμε τον αριθμό που θα ακολουθήσει.

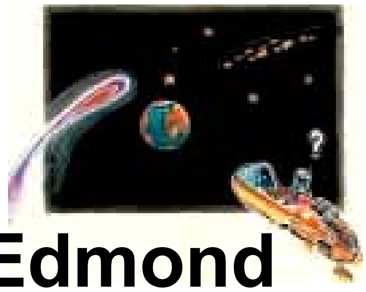
Αριθμητικό μοτίβο

Σε μια σειρά αριθμών που υπάρχει μια σχέση σταθερή και επαναλαμβανόμενη ανάμεσα στους αριθμούς, ο κανόνας που ορίζει τη σχέση αυτή και μας δείχνει πώς δημιουργήθηκε η σειρά των αριθμών λέγεται αριθμητικό μοτίβο.
(π.χ. 5, 10, 15, 20, 25, ... α, α+5)

Αυτή τη διαδοχή των αριθμών τη λέμε ακολουθία και κάθε αριθμός λέγεται όρος της ακολουθίας.

Εφαρμογή 1η

Χρήσιμες προβλέψεις



Ο Βρετανός αστρονόμος Edmond Halley (Χάλεϋ) μελετώντας τις ημερομηνίες εμφάνισης ενός κομήτη, πρόβλεψε πότε θα εμφανιστεί ξανά. Η πρόβλεψή του επαληθεύτηκε και ο κομήτης ονομάστηκε «κομήτης του Halley» προς τιμή του αστρονόμου. Εξέτασε κι εσύ τις ημερομηνίες, όπως ο Halley, και προσπάθησε να ανακαλύψεις το μοτίβο και να κάνεις πρόβλεψη για την ημερομηνία της επόμενης εμφάνισης του κομήτη.

1454, 1530, 1606, 1682, …

Λύση:

1. Εξετάζω τη σχέση που έχει ο πρώτος αριθμός με τον δεύτερο. Βρίσκω τη διαφορά τους:

1530 – 1454 = 76

2. Κατόπιν βρίσκω τη διαφορά του δεύτερου και του τρίτου: 1606 – 1530 = 76

3. Συνεχίζω με το επόμενο ζευγάρι αριθμών: 1682 – 1606 = 76

Το μοτίβο είναι: προσθέτω 76 χρόνια στην προηγούμενη ημερομηνία.

Απάντηση: Η επόμενη εμφάνιση του κομήτη ήταν το 1758.

Πράγματι, ο κομήτης εμφανίστηκε την παραμονή των Χριστουγέννων του 1758. Δυστυχώς ο Halley είχε πεθάνει το 1742. Έτσι δεν πρόλαβε να δει ότι η πρόβλεψή του ήταν σωστή.

Εφαρμογή 2η

Να συμπληρώσετε την ακολουθία:
6, 60, 600, 6.000, ________, _________
με τους δύο επόμενους αριθμούς

Λύση:

Εξετάζοντας τη σχέση που έχουν οι αριθμοί μεταξύ τους, καταλαβαίνω ότι ο καθένας προκύπτει όταν πολλαπλασιάσουμε τον προηγούμενο με το 10.

$$6, \xrightarrow{\cdot 10} 60, \xrightarrow{\cdot 10} 600, \xrightarrow{\cdot 10} 6.000$$

Απάντηση: Άρα οι επόμενοι αριθμοί είναι οι: 60.000 και 600.000

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τον όρο αριθμητικό μοτίβο. Να αναφέρεις ένα δικό σου παράδειγμα με κάποιους αριθμούς που ακολουθούν ένα μοτίβο.

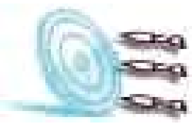
Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- **Όλες οι ακολουθίες αριθμών αποτελούν αριθμητικά μοτίβα.** ☐
- **Στην ακολουθία 9, 18, 27, 36, 45, 54, ... α, ... το μοτίβο είναι: α • 9** ☐
- **Βρίσκω το μοτίβο μιας ακολουθίας εξετάζοντας τη σχέση των αριθμών.** ☐

Κεφάλαιο 55ο

Σύνθετα μοτίβα

Πόσο μεγάλωσες!

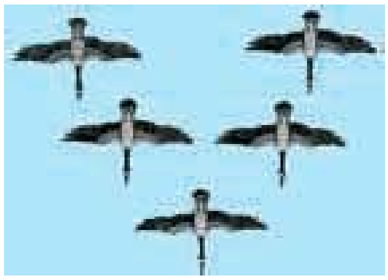


➙ Αναγνωρίζω σύνθετα μοτίβα.

➙ Χρησιμοποιώ πίνακα για να περιγράψω ένα μοτίβο.

➙ Διακρίνω αν υπάρχει μοτίβο σε ένα πρόβλημα και το χρησιμοποιώ για τη λύση.

Δραστηριότητα 1η



Κάποια είδη πουλιών, όταν πετούν, σχηματίζουν σμήνη σε διάταξη V. Το πιο δυνατό πουλί πετά μπροστά μόνο του. Τα υπόλοιπα ακολουθούν σε ζευγάρια.

Στο παρακάτω σχήμα κάθε κύκλος αναπαριστά ένα πουλί του σμήνους. Παρατήρησε ένα μικρό σμήνος πουλιών και ένα μεγαλύτερο.

1ο σμήνος   2ο σμήνος

- Να περιγράψεις πώς αλλάζει το σμήνος των πουλιών, καθώς μεγαλώνει: ……………………………………
………………………………………………………
………………………………………………………

- Πόσα ζευγάρια πουλιών υπάρ-χουν στα σμήνη του σχήματος (εκτός από το πρώτο πουλί);

  1ο: ……………   2ο: ……………

- Να σχεδιάσεις δίπλα τους το αμέσως μεγαλύτερο σμήνος.

- **Αν ορίσουμε το μέγεθος του σμήνους, σύμφωνα με τον αριθμό των ζευγαριών, να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα.**

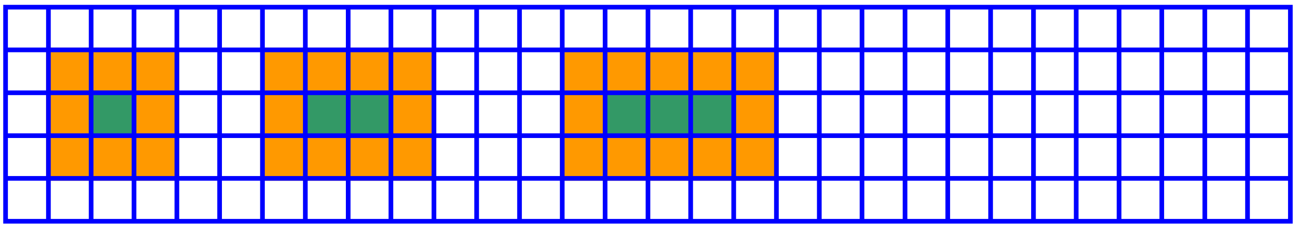
Μέγεθος σμήνους	Αριθμός πουλιών
1	3
2	5
3	
4	
5	

- **Διακρίνεις κάποιο μοτίβο στον πίνακα; ……………………………………**
- **Πόσα πουλιά έχει το σμήνος 10 (με 10 ζευγάρια); …………………………**
- **Πώς το υπολόγισες; …………………**

………………………………………………………

Δραστηριότητα 2η

Σε χαρτί γραφημάτων (μιλιμετρέ) έχουμε σχεδιάσει τρία παρτέρια για λουλούδια με μια ‘‘κορνίζα’’ από πλάκες γύρω τους.



- **Να σχεδιάσεις δίπλα τους το επόμενο παρτέρι, συνεχίζοντας την ακολουθία.**

- **Συμπλήρωσε τον πίνακα.**

Μέγεθος παρτεριού	1	2	3	4
Αριθμός πλακών	8	10		

- **Βρες πόσες πλάκες θα έχει το παρτέρι «μέγεθος 10» και εξήγησε πώς το βρήκες:** ……………………………

…………………………………………………………

…………………………………………………………

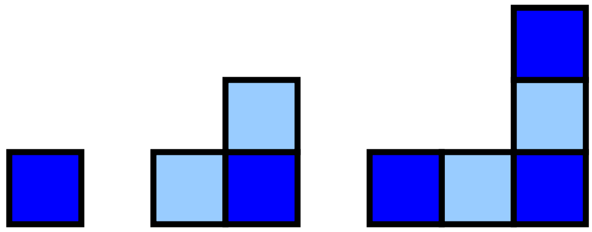
Από τις προηγούμενες δραστηριότητες διαπιστώνουμε ότι, μπορούν να δημιουργηθούν σχέδια που να ακολουθούν ταυτόχρονα και γεωμετρικό και αριθμητικό μοτίβο.

Σύνθετο μοτίβο

Σε ένα σχέδιο που ακολουθεί τόσο γεωμετρικό όσο και αριθμητικό μοτίβο, ενώ διακρίνουμε εύκολα το γεωμετρικό μοτίβο, για να διακρίνουμε το αριθμητικό μοτίβο συχνά χρειάζεται να καταγράψουμε τα δεδομένα σε έναν πίνακα.

Εξετάζουμε την αλλαγή καθώς αυξάνεται το μέγεθος του σχεδίου, προσπαθούμε να διακρίνουμε αυτό που μένει σταθερό από αυτό που αλλάζει και να ανακαλύψουμε έναν κανόνα για την αλλαγή αυτή.

Παράδειγμα



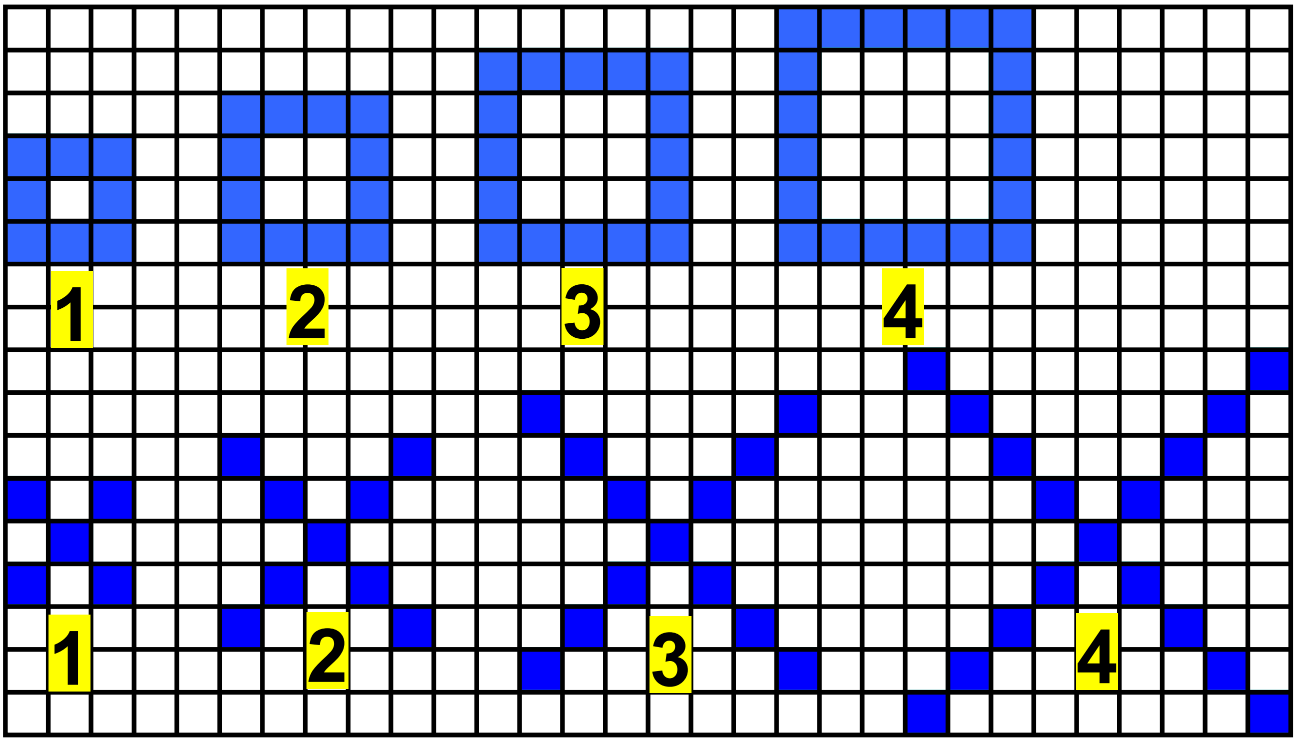
Μέγεθος σχήματος	1	2	3
Αριθμός τετραγώνων	1	3	5

Το αριθμητικό μοτίβο είναι «+ 2 στο προηγούμενο μέγεθος».

Εφαρμογή 1η

Μεγαλώνω τα γράμματα μου

Προσπάθησε να βρεις στην επόμενη σελίδα το μοτίβο σύμφωνα με το οποίο «μεγαλώνει» το γράμμα Ο και το γράμμα Χ.
“Μεγαλώνουν” σύμφωνα με το ίδιο μοτίβο;



Λύση:

Μπορούμε να βρούμε το μοτίβο σύμφωνα με το οποίο μεγαλώνει κάθε γράμμα, αν καταγράψουμε σε έναν πίνακα το μέγεθός του και τον αριθμό των τετραγώνων που το αποτελούν.

γράμμα Ο				
Μέγεθος	1	2	3	4
Αριθμός τετραγώνων	8	12	16	20

γράμμα Χ				
Μέγεθος	1	2	3	4
Αριθμός τετραγώνων	5	9	13	17

Απάντηση: Παρατηρούμε ότι η βασική διαφορά τους είναι στο γεωμετρικό μοτίβο. Το αριθμητικό μοτίβο και για τα δύο γράμματα είναι«+ 4 στο προηγούμενο μέγεθος», ενώ διαφέρει ο αρχικός αριθμός των τετραγώνων του καθενός.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τον όρο σύνθετο μοτίβο. Να αναφέρεις ένα δικό σου παράδειγμα με κάποιο σύνθετο μοτίβο ή να σχεδιάσεις ένα σύνθετο μοτίβο.

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- **Για να συνεχίσω την ακολουθία σε ένα σύνθετο μοτίβο, αρκεί να αναγνωρίσω το αριθμητικό μοτίβο.** ☐
- **Δύο σύνθετα μοτίβα είναι δυνατό να έχουν το ίδιο αριθμητικό μοτίβο.** ☐
- **Ένα σχήμα που μεγαλώνει ακολουθεί γεωμετρικό και αριθμητικό μοτίβο.** ☐

Ανακεφαλαίωση

Συλλογή και επεξεργασία δεδομένων – Μετρήσεις – Μοτίβα

Συγκρίνω και παρατηρώ

Στατιστικά στοιχεία

Γραφήματα

Είναι η οπτική αναπαράσταση των δεδομένων. Διαφορετικοί τύποι γραφημάτων παρουσιάζουν τα δεδομένα με διαφορετικό τρόπο.

- **εικονόγραμμα**
  χρησιμοποιεί ένα σύμβολο που αναπαριστά τα δεδομένα
- **ραβδόγραμμα**
  αναπαριστά τα δεδομένα σε ράβδους ή στήλες.

- γράφημα γραμμής
  μια γραμμή αναπαριστά την εξέλιξη των δεδομένων
- κυκλικό διάγραμμα
  αναπαριστά τα δεδομένα ως κομμάτια μιας κυκλικής «πίτας»

Πίνακας κατανομής συχνοτήτων

- Είναι ένας εύκολος και γρήγορος τρόπος για να καταγράψουμε το πόσο συχνά εμφανίζεται κάθε δεδομένο μας. Χρησιμοποιούμε για κάθε εμφάνιση δεδομένου μια κάθετη γραμμή για τις πρώτες τέσσερις εμφανίσεις και μια οριζόντια για την πέμπτη εμφάνιση (~~||||~~)

Μέσος όρος

- προσθέτουμε όλες τις τιμές και διαιρούμε το άθροισμα με το πλήθος

Μετρήσεις

- μήκος

1 μέτρο = 100 εκατοστόμετρα
= 1000 χιλιοστόμετρα
1 χιλιόμετρο = 1000 μέτρα

- βάρος

1 κιλό = 1000 γραμμάρια
1 τόνος = 1000 κιλά

- χρόνος

1 ώρα = 60΄ = 3600΄΄
ημέρα, εβδομάδα, μήνας, έτος, αιώνας

- χρήματα

1 € = 100 λεπτά

- τόκος

ποσό που πληρώνουμε επιπλέον, όταν δανειζόμαστε χρήματα
(ή μας δίνει η τράπεζα επιπλέον, όταν καταθέτουμε χρήματα)

- **επιτόκιο**
  ο τόκος για 100 € για ένα έτος

Μοτίβα

- **γεωμετρικό**
  ο τρόπος που επαναλαμβάνεται ένα στοιχείο που δημιουργεί ένα σχέδιο
- **αριθμητικό**
  κανόνας που ρυθμίζει τη σχέση που έχει ένας αριθμός με τον επόμενο του σε μια αριθμητική ακολουθία
- **σύνθετο**
  κανόνας που ρυθμίζει μια σχέση σύμφωνα με την οποία μεγαλώνει ένα μοτίβο

1ο πρόβλημα

Τι είδους γράφημα θα χρησιμο-

ποιούσες για να καταγράψεις την αλλαγή της θερμοκρασίας κατά τη διάρκεια της ημέρας; Κάνε μια καταγραφή και παρουσίασέ τη με γράφημα. Επίσης βρες το μέσο όρο της θερμοκρασίας για τη συγκεκριμένη ημέρα.

Λύση - Απάντηση:

2ο πρόβλημα

Το φως διανύει 300.000 χιλιόμετρα / δευτερόλεπτο. Για να φτάσει το φως από τον Ήλιο στη Γη χρειάζεται 8΄ και 30΄΄. Να υπολογίσεις την απόσταση

Ήλιου - Γης και να την εκφράσεις με δύναμη του 10. Μπορείς να χρησιμοποιήσεις υπολογιστή τσέπης για τις πράξεις.

Λύση

Απάντηση: ....

....

3ο πρόβλημα

Φτιάξε με την ομάδα σου ένα πρόβλημα σχετικό με την αγορά ενός αντικειμένου με δόσεις το οποίο θα αναφέρεται στο επιτόκιο, στον τόκο, στην αρχική και την τελική τιμή.

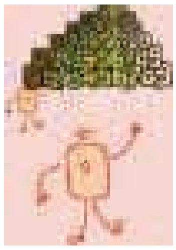
Λύση

Απάντηση: ……………………………
……………………………………………

4ο πρόβλημα

Δημιούργησε μια αριθμητική ακολουθία που να βασίζεται σε κάποιο μοτίβο. Γράψε όσους όρους της νομίζεις ότι χρειάζεται για να φαίνεται το μοτίβο, αλλά μην ανακοινώσεις το μοτίβο. Αντάλλαξε με τον διπλανό ή τη διπλανή σου και προσπαθήστε να αναγνωρίσετε ο ένας το μοτίβο του άλλου και να συνεχίσετε την ακολουθία του.

Λύση



Απάντηση: **Το μοτίβο είναι:**

……………………………………………………………

<u>6η θεματική ενότητα</u>

Γεωμετρία

Σε αυτή τη θεματική ενότητα θα ασχοληθούμε με τη Γεωμετρία.

Η Γεωμετρία σε πρωτόγονη και εντελώς πρακτική μορφή φαίνεται πως προέκυψε στην αρχαία εποχή από την ανάγκη των ανθρώπων να οροθετήσουν την περιουσία τους.

Ο Ηρόδοτος, για παράδειγμα, (5ος αιώνας π.Χ.) αναφέρει πως στην αρχαία Αίγυπτο μετά τις ετήσιες πλημμύρες του Νείλου ο βασιλιάς έστελνε τους «μετρητές» οι οποίοι όριζαν ξανά τα σύνορα των χωραφιών των Αιγυπτίων αγροτών που είχαν χαθεί με τις πλημμύρες.

Από την ανάγκη αυτή, κατά μια εκδοχή, ξεπήδησαν οι πρώτες πρακτικές γνώσεις της Γεωμετρίας. Παρόμοιες γνώσεις φαίνεται πως είχαν και άλλοι αρχαίοι πολιτισμοί. Από αρχαίες πινακίδες των Χαλδαίων μαθαίνουμε ότι γνώριζαν να ορίζουν όρια και να τα προσδιορίζουν στις αγοραπωλησίες οικοπέδων.

Όλες όμως αυτές οι γνώσεις φαίνεται πως είχαν πρακτικό χαρακτήρα και ήταν περισσότερο τέχνη παρά επιστήμη.

Η Γεωμετρία αναπτύχθηκε ως επιστήμη στην αρχαία Ελλάδα. Οι πρώτοι Έλληνες σοφοί που ασχολήθηκαν με τα Μαθηματικά ήταν ο Θαλής ο Μιλήσιος (640-546 π.Χ.) και ο Πυθαγόρας ο Σάμιος (580-490 π.Χ.). Ο Θαλής γνώριζε τη

σφαιρικότητα της γης, προέβλεπε τις εκλείψεις και χώριζε το έτος σε 365 ημέρες.

Ο Πυθαγόρας θεωρούσε σαν τελειότερο γεωμετρικό σχήμα τον κύκλο και τελειότερο στερεό τη σφαίρα.

Αργότερα, άλλοι μεγάλοι Έλληνες μαθηματικοί όπως ο Πυθαγόρας, ο Ευκλείδης και ο Δημόκριτος μελέτησαν τα σχήματα με τις ιδιότητες τους και σταδιακά διαμόρφωσαν την επιστήμη της Γεωμετρίας με τη μορφή που τη γνωρίζουμε σήμερα.

Κεφάλαιο 56ο

Γεωμετρικά σχήματα – Πολύγωνα

Τα σχήματα του κόσμου!

→ Αναγνωρίζω γεωμετρικά σχήματα.

→ Χαράζω γεωμετρικά σχήματα με τη βοήθεια οργάνων.

Δραστηριότητα 1η

Ο κόσμος μας είναι γεμάτος σχήματα. Κάποια από αυτά είναι δημιουργήματα της φύσης και άλλα είναι δικές μας κατασκευές.

• **Στην παραπάνω εικόνα φαίνεται ένας ιστός. Να «πατήσεις» με χρωματιστό μολύβι τρία από τα σχήματα που διακρίνεις σε αυτόν και να γράψεις τι σχήματα είναι:**

....

• **Διακρίνεις κάποιο παραλληλόγραμμο ή κανονικό σχήμα;**

....

• **Στη διπλανή εικόνα φαίνεται ένα σκίτσο από το «Πεντάγωνο», το κτήριο διοίκησης του Αμερικανικού Υπουργείου Άμυνας, ένα από τα μεγαλύτερα κτήρια στον κόσμο. Γιατί νομίζεις ότι ονομάστηκε έτσι;**

....

....

....

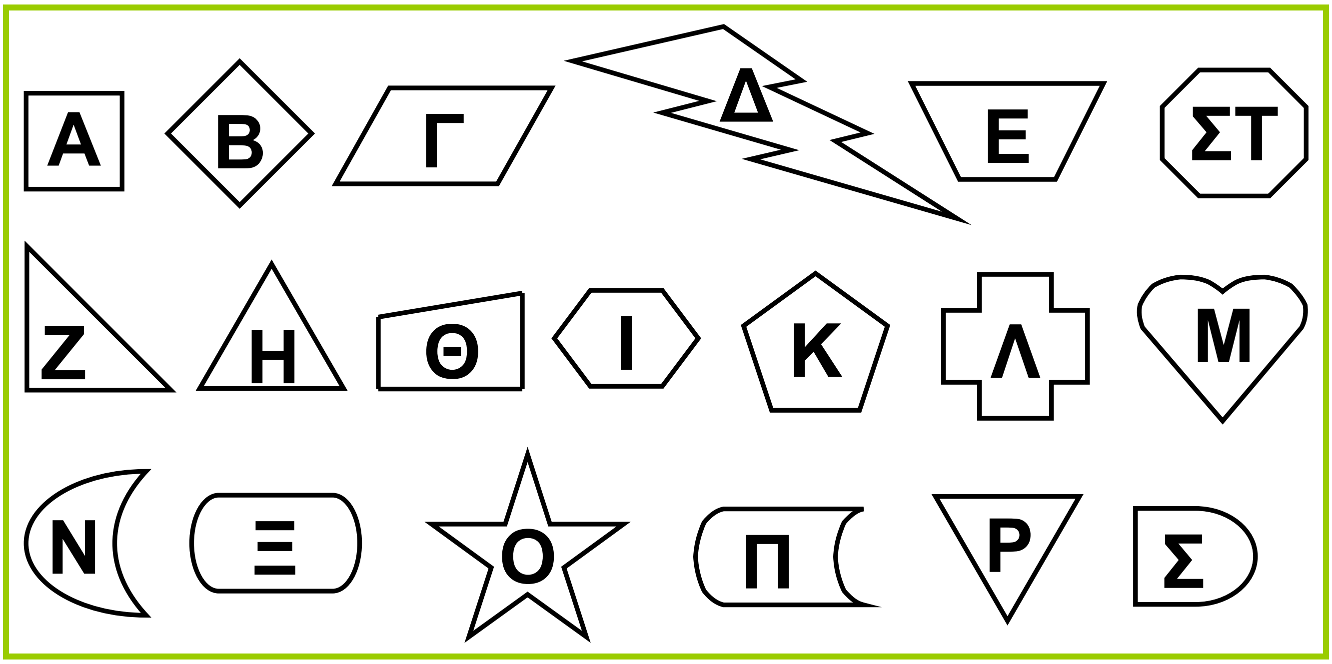
• **Η περίμετρός του είναι 1,6 χμ. Μπορείς να βρεις το μήκος κάθε εξωτερικού τοίχου;**

• Τι είναι αυτό που σε βοηθάει να το υπολογίσεις; ....

....

Δραστηριότητα 2η

Ξεχώρισε όσα από τα παρακάτω σχήματα είναι πολύγωνα και ταξινόμησέ τα στους πίνακες που ακολουθούν.



Τρίγωνα	
Τετράπλευρα	
Πεντάγωνα	

Εξάγωνα	
Επτάγωνα	
Οκτάγωνα	
Δεκάγωνα	

- **Σε τι διαφέρουν τα σχήματα που ονομάζουμε πολύγωνα από τα άλλα;**

- **Είναι όλα τα πολύγωνα κανονικά; Πώς θα αναγνωρίσεις ένα κανονικό πολύγωνο;**

- **Να εργαστείς με την ομάδα σου: Σταθείτε όρθιοι κρατώντας ένα κλειστό κομμάτι σχοινί. Προσπαθήστε να φτιάξετε όσα πολύγωνα μπορείτε. Γράψε ποια φτιάξατε:**

....

....

Από τις προηγούμενες δραστηριότητες διαπιστώνουμε ότι στο περιβάλλον μας μπορούμε να διακρίνουμε διάφορα σχήματα και να τα ταξινομήσουμε σύμφωνα με τις ιδιότητές τους.

Γεωμετρικά σχήματα

Τα κλειστά σχήματα που έχουν τουλάχιστον 3 πλευρές και 3 γωνίες λέγονται πολύγωνα. Τα πολύγωνα που έχουν όλες τις πλευρές και τις γωνίες τους ίσες μεταξύ τους λέγονται κανονικά πολύγωνα. Στα πολύγωνα το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δύο κορυφές, όταν δεν είναι πλευρά, λέγεται διαγώνιος.

Παραδείγματα

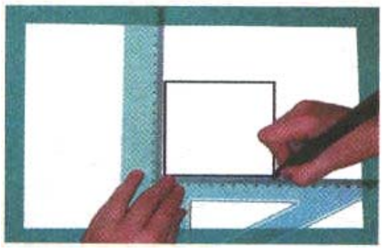
Τα ονόματα των πολυγώνων, εκτός από το τετράπλευρο, σχηματίζονται από τον αριθμό των γωνιών που έχουν και την κατάληξη -γωνο.

Εφαρμογή

Σχεδιάζω πολύγωνα

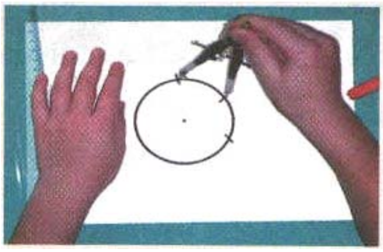
Σχεδίασε με όργανα (κανόνα, γνώμονα, διαβήτη) διάφορα πολύγωνα σε χρωματιστά χαρτιά, κόψε και κόλλησέ τα, ώστε να δημιουργήσεις ένα σχέδιο.

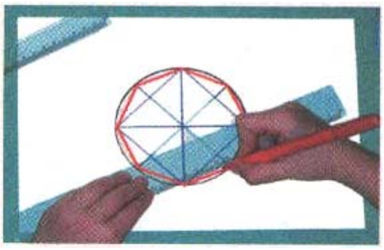
Λύση - Απάντηση:



Για να σχεδιάσω ένα τετράγωνο σχεδιάζω δύο παράλληλες γραμμές και μετά τραβώ ανάμεσα μια κάθετη σε αυτές. Προσέχω όλες οι πλευρές να είναι ίσες. Με παρόμοιο τρόπο, αλλά με τις απέναντι πλευρές ίσες

και παράλληλες ανά δύο, σχεδιάζω ένα ορθογώνιο ή πλάγιο παραλληλόγραμμο.

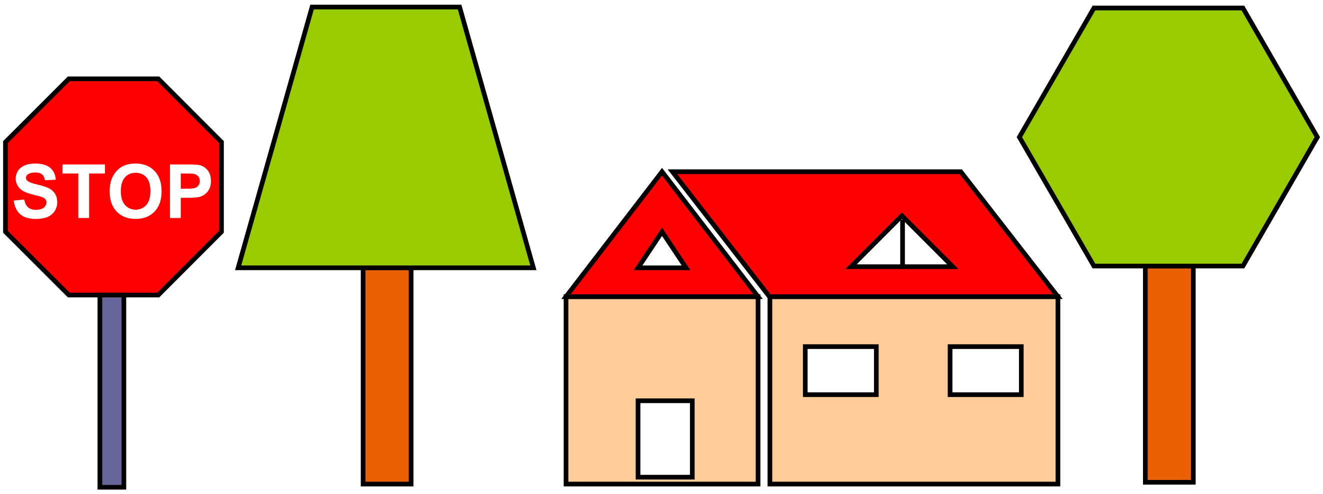




Για να σχεδιάσω κανονικό εξάγωνο σχεδιάζω πρώτα έναν κύκλο στον οποίο σημειώνω τμήματα ίσα με την ακτίνα του. Μετά ενώνω το κάθε σημείο με το διπλανό του.

Για ένα οκτάγωνο, τραβώ δύο κάθετες διαμέτρους στον κύκλο, ενώνω τις άκρες τους και έτσι έχω ένα τετράγωνο. Συνεχίζω βρίσκοντας τη μέση των πλευρών του και τραβώ άλλες δύο κάθετες διαμέτρους που να περνούν από τα σημεία αυτά. Ενώνω όλα τα σημεία και έτσι έχω ένα κανονικό οκτάγωνο.

Μπορείς να κάνεις αυτά ή άλλα σχήματα και με άλλους τρόπους!



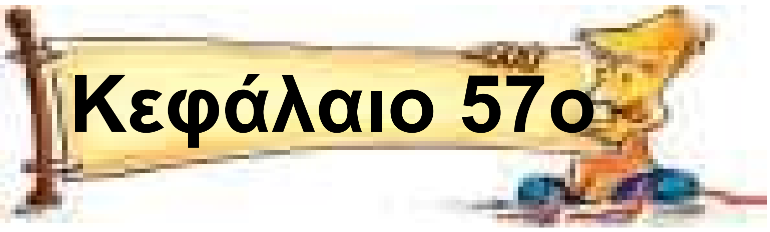
Σημείωση: Προσπάθησε να κάνεις ένα παρόμοιο σχέδιο στον υπολογιστή.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **πολύγωνο, κανονικό πολύγωνο** και **διαγώνιος**. Να αναφέρεις σχήματα που συναντάς στο περιβάλλον.

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- **Σε ένα εξάγωνο ΑΒΓΔΕΖ μπορώ να τραβήξω από μια κορυφή 6 διαγώνιες.** ☐
- **Σε ένα τρίγωνο δεν μπορώ να τραβήξω καμία διαγώνιο.** ☐
- **Για να σχεδιάσω ένα πολύγωνο με όργανα, πρέπει να ξέρω τις ιδιότητές του.** ☐

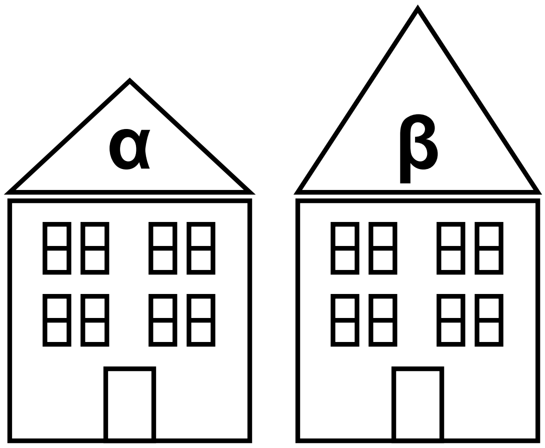


Γωνίες

Μεγάλη α...γωνία στη γωνία!

- Συγκρίνω γωνίες.
- Μετρώ γωνίες.

Δραστηριότητα 1η



Τα διπλανά σχέδια είναι για δύο ίδια σπίτια που θα χτιστούν σε διαφορετικές περιοχές. Η μόνη τους διαφορά είναι στις στέγες μια και διέφερε το μέγιστο ύψος δόμησης που επιτρεπόταν στις δύο περιοχές.

- **Ποια από τις δύο γωνίες (α, β) νομίζεις ότι είναι μεγαλύτερη;**

……………………………………………

- **Αποτύπωσε τις γωνίες α και β σε διαφανή χαρτιά και βάλε τη μία πάνω στην άλλη για να τις συγκρίνεις. Ποιο τμήμα των γωνιών πρέπει να συμπέσει για να κάνεις τη σύγκριση;** ……………………………

……………………………………………

- **Ποια είναι η μεγαλύτερη;** …………

……………………………………………

- **Με ποιους άλλους τρόπους μπορούμε να τις συγκρίνουμε;**

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

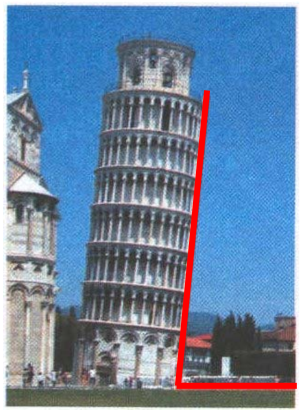
- **Το μέγεθος των γωνιών, δηλαδή το «άνοιγμά» τους, εξαρτάται από το μήκος των πλευρών τους;**

……………………………………………

……………………………………………

Δραστηριότητα 2η

Οι ζωγράφοι και οι γλύπτες είναι καλλιτέχνες που χρειάζεται να υπολογίζουν τις γωνίες με ακρίβεια για να κατασκευάσουν αγάλματα ή ζωγραφικά αντίγραφα.



Ένας καλλιτέχνης ζωγραφίζει τον πύργο της Πίζας στην Ιταλία.

- **Είναι η γωνία που σχηματίζει ο Πύργος με το έδαφος ορθή, οξεία ή αμβλεία;** ……………………

- **Με τι μπορείς να συγκρίνεις τη γωνία αυτή, ώστε να κάνεις τη διαπίστωσή σου;** ……………………

……………………………………………

- **Αρκεί αυτή η διαπίστωση στο ζωγράφο ώστε να φτιάξει ένα πιστό ζωγραφικό αντίγραφο του Πύργου;**

……………………………………………………

- **Τι πιστεύεις ότι πρέπει να κάνει;**

……………………………………………………

……………………………………………………

……………………………………………………

Οι παραπάνω δραστηριότητες μας βοηθούν να συμπεράνουμε ότι το μέγεθος μιας γωνίας εξαρτάται από το άνοιγμα των πλευρών της και όχι από το μήκος τους.

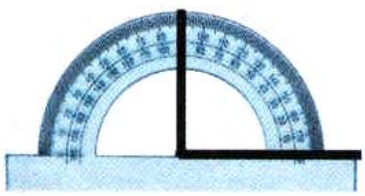
Σύγκριση και μέτρηση γωνιών

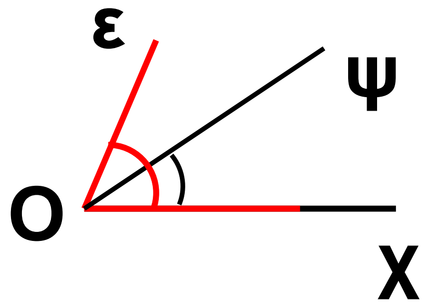
Μπορούμε να συγκρίνουμε δύο γωνίες μεταξύ τους αν τοποθετήσουμε τη μία πάνω στην άλλη, με την κορυφή και τη μία πλευρά τους να συμπίπτουν.

Για να μετρήσουμε μία γωνία αρκεί να βάλουμε επάνω της το **μοιρογνωμόνιο**. Μονάδα μέτρησης των γωνιών είναι η μοίρα (1°): $1^{\circ} = 60'$ (πρώτα λεπτά),
$1' = 60''$ (δεύτερα λεπτά).

Μία γωνία μπορεί να είναι οξεία (μικρότερη από 90°), ορθή (ίση με 90°) ή αμβλεία (μεγαλύτερη από 90°).

Παραδείγματα

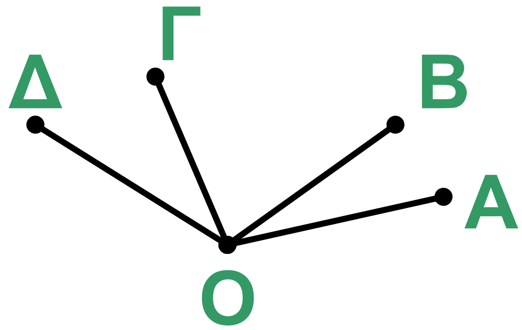




Εφαρμογή 1η

Συγκρίνω γωνίες

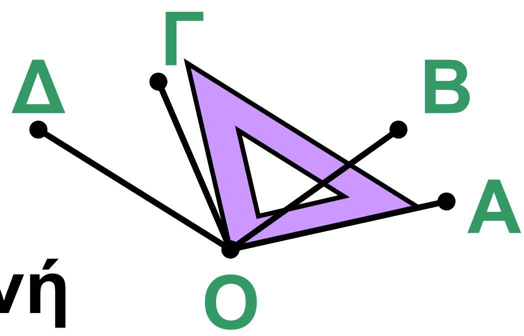
Στο διπλανό σχήμα



να συγκρίνεις τις γωνίες $A\hat{O}B$, $A\hat{O}Γ$ και $A\hat{O}Δ$ μεταξύ τους και με την ορθή γωνία. Να γράψεις τι είδους γωνία είναι η καθεμία και να τις βάλεις με φθίνουσα σειρά. Να εξηγήσεις τον τρόπο που εργάστηκες.

Λύση - Απάντηση:

Για να συγκρίνω τις γωνίες $A\hat{O}B$, $A\hat{O}Γ$ και $A\hat{O}Δ$ μεταξύ τους δεν χρειάζεται να τις αποτυπώσω σε διαφανές χαρτί, καθώς με τον τρόπο που είναι σχεδιασμένες συμπίπτει η κορυφή (Ο) και η μία πλευρά τους (ΑΟ). Είναι φανερό ότι είναι $A\hat{O}Δ > A\hat{O}Γ > A\hat{O}B$. Για να τις συγκρίνω με την ορθή γωνία αρκεί να βάλω το γνώμονα να συμπέσει στην κορυφή και στην κοινή



πλευρά τους. Έτσι διαπιστώνω ότι: η ΑΟΒ είναι οξεία, ενώ οι $A\widehat{O}\Gamma$ και $A\widehat{O}\Delta$ είναι αμβλείες.

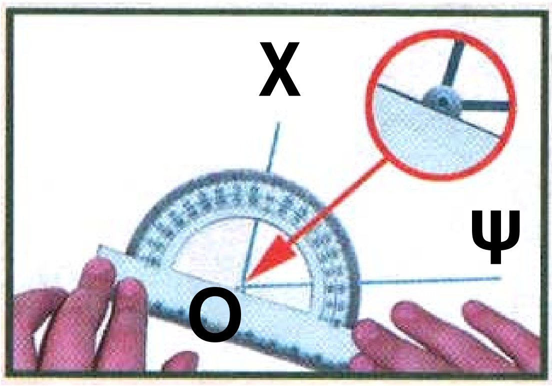
Εφαρμογή 2η

Μετρώ γωνίες

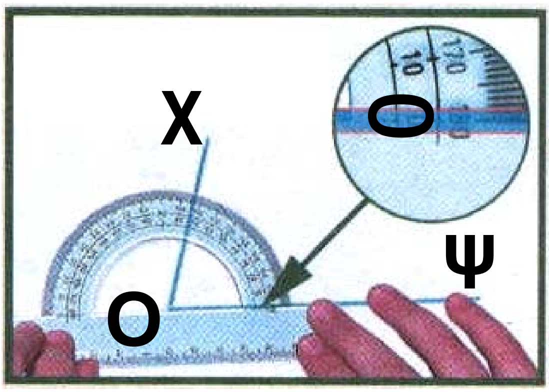
Χρησιμοποιώντας το μοιρογνωμόνιο να βρεις πόσες μοίρες ακριβώς είναι η γωνία $\chi\widehat{O}\psi$.

Λύση

1ο βήμα: Βάζω το σημάδι που έχει το μοιρογνωμόνιο στο κέντρο του, πάνω στην κορυφή της γωνίας.

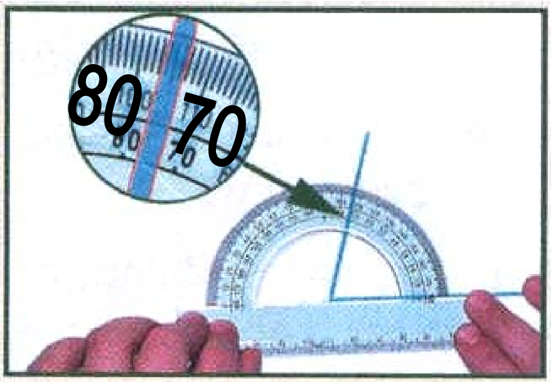


2ο βήμα: Βάζω την ένδειξη 0^{o} στη μια πλευρά της γωνίας.



(Μπορεί να χρειαστεί να προεκτείνω τις πλευρές)

3ο βήμα: **Διαβάζω την ένδειξη στην άλλη πλευρά της γωνίας.**



Προσοχή: Διαβάζω την κλίμακα στην οποία ανήκει το 0° που χρησιμοποίησα.

Απάντηση: Η γωνία $\chi\hat{O}\psi$ είναι 75°.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **οξεία γωνία, ορθή γωνία, αμβλεία γωνία** και **μοιρογνωμόνιο.** Να αναφέρεις παραδείγματα γωνιών από το περιβάλλον σου.

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- **Το άνοιγμα των πλευρών μιας γωνίας 100° είναι μεγαλύτερο από το άνοιγμα των κάθετων πλευρών του γνώμονα.** ☐
- **Το μοιρογνωμόνιο είναι ένα όργανο που μετρά το μήκος των πλευρών της γωνίας.** ☐

Κεφάλαιο 58ο

Σχεδιάζω γωνίες

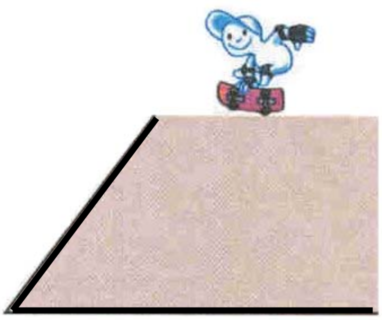
Συνάντηση κορυφής!

→ Σχεδιάζω γωνίες με τη βοήθεια του μοιρογνωμόνιου.

→ Προσθέτω ή αφαιρώ γωνίες.

→ Βρίσκω το άθροισμα των γωνιών τριγώνου και τετραπλεύρου.

Δραστηριότητα 1η



Ο Λευτέρης προσπαθεί να αποφασίσει αν είναι ασφαλές να κατεβεί με το skate-board αυτό το επικλινές επίπεδο. Γνωρίζει ότι είναι επικίνδυνο να κάνει κάτι τέτοιο σε κλίση μεγαλύτερη από 20°.

- Εσύ θα κατέβαινες από αυτό το επίπεδο; ……… Γιατί; …………………
………………………………………………

- Μπορείς να υπολογίσεις το μέγεθος της γωνίας; …………………

Το δημοτικό συμβούλιο αποφάσισε να κατασκευάσει ένα επικλινές επίπεδο με κλίση 20^{o} για να παίζουν τα παιδιά με το skateboard με ασφάλεια.

- Πώς μπορείς να κατασκευάσεις μία γωνία που να δείχνει πώς θα είναι το επίπεδο αυτό;

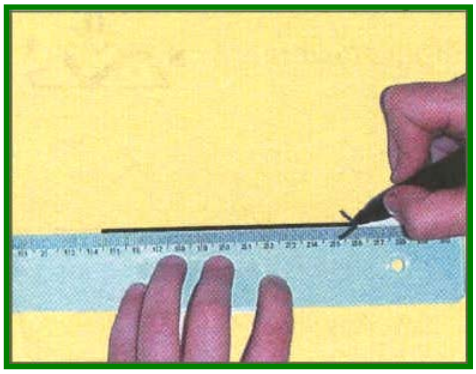
- Με τη βοήθεια των παρακάτω εικόνων και όσα γνωρίζεις για τον τρόπο που χρησιμοποιείται το μοιρογνωμόνιο για τη μέτρηση των γωνιών γράψε τη διαδικασία της κατασκευής μιας γωνίας 130^{o}.

....

....

....

....

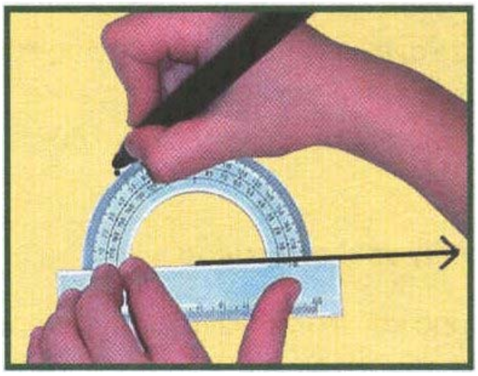


....

....

....

....

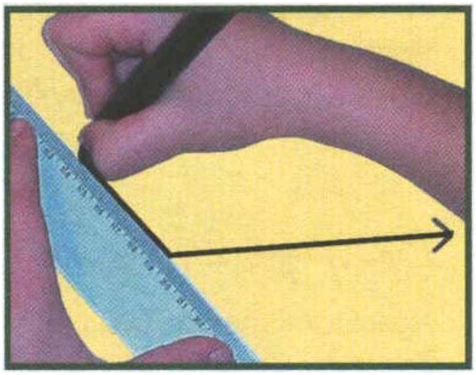


....

....

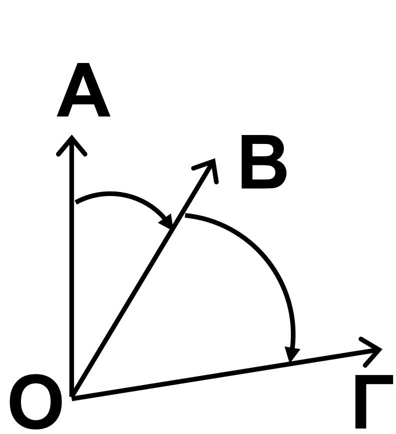
....

....



Δραστηριότητα 2η

Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δύο γωνίες, η $A\hat{O}B$ και η $B\hat{O}\Gamma$, που είναι δύο διαδοχικές στροφές στην πορεία ενός καραβιού.



- **Εξήγησε με ποιον τρόπο ή με ποιους τρόπους μπορούμε να βρούμε το άθροισμά τους, για να βρούμε πόσες μοίρες συνολικά ήταν η στροφή από την αρχική πορεία:**

……………………………………………………

……………………………………………………

……………………………………………………

- **Μπορείς να σκεφτείς έναν τρόπο για να βρούμε τη διαφορά των δύο γωνιών;**

……………………………………………………

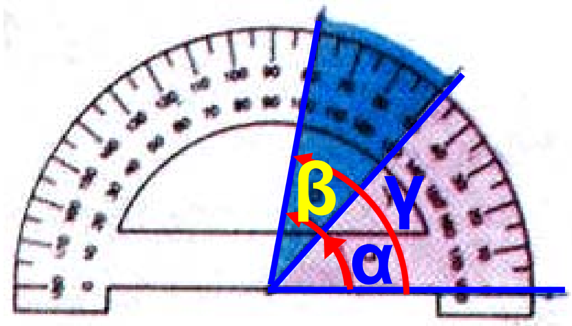
……………………………………………………

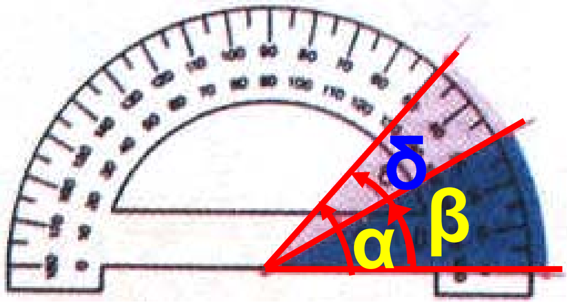
Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι μπορούμε να σχεδιάσουμε γωνίες στο μέγεθος που θέλουμε και ακόμα ότι μπορούμε να βρίσκουμε το άθροισμα ή τη διαφορά γωνιών.

Κατασκευή γωνιών, άθροισμα και διαφορά γωνιών

Μπορούμε να σχεδιάσουμε γωνίες στο μέγεθος που θέλουμε χρησιμοποιώντας το μοιρογνωμόνιο και το χάρακα.
Βρίσκουμε το άθροισμα δύο ή περισσότερων γωνιών αν αθροίσουμε τα μεγέθη τους ή αν τις τοποθετήσουμε τη μία δίπλα στην άλλη και μετρήσουμε το συνολικό μέγεθος.
Βρίσκουμε τη διαφορά δύο γωνιών αν αφαιρέσουμε το μέγεθος της μιας από το μέγεθος της άλλης ή αν τις τοποθετήσουμε τη μία πάνω στην άλλη και μετρήσουμε τη διαφορά τους.

Παραδείγματα



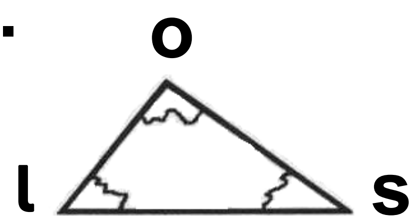


Εφαρμογή 1η

Άθροισμα γωνιών τριγώνου

Να σχεδιάσεις ένα τρίγωνο και να υπολογίσεις το άθροισμα των γωνιών του. Να εξηγήσεις τον τρόπο που εργάστηκες.

Λύση:



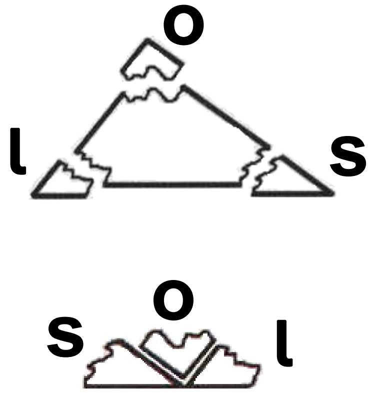
Σχεδιάζουμε ένα τυχαίο τρίγωνο.

Όπως μάθαμε, υπάρχουν δύο τρόποι για να μετρήσουμε τις γωνίες του. Ο ένας είναι να μετρήσουμε κάθε γωνία και να αθροίσουμε τα μεγέθη τους. Έτσι έχουμε:

$\hat{o} = 65^{o}$, $\hat{\imath} = 60^{o}$, $\hat{s} = 55^{o}$.

Άρα $65^\circ + 60^\circ + 55^\circ = 180^\circ$.

Ο άλλος τρόπος είναι να κόψουμε τις γωνίες του και να τις τοποθετήσουμε τη μία δίπλα στην άλλη, όπως φαίνεται στην εικόνα.



Τότε παρατηρούμε ότι όλες μαζί έχουν άθροισμα 180°.

Αν σχεδιάσουμε κι άλλα τρίγωνα και αθροίσουμε τις γωνίες τους, διαπιστώνουμε ότι όλα τα τρίγωνα έχουν άθροισμα γωνιών 180°.

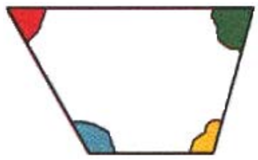
Απάντηση: Το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου είναι 180°.

Εφαρμογή 2η

Άθροισμα γωνιών τετραπλεύρου

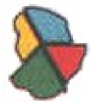
Να κατασκευάσεις ένα τετράπλευρο και να υπολογίσεις το άθροισμα των γωνιών του. Να εξηγήσεις τον τρόπο που εργάστηκες.

Λύση:



Σχεδιάζουμε ένα τυχαίο τετράπλευρο.

Εργαζόμαστε με τον ίδιο τρόπο όπως στο τρίγωνο. Μπορούμε και σ' αυτό το σχήμα να αθροίσουμε τις γωνίες του με δύο τρόπους.



Διαπιστώνουμε ότι το άθροισμα των γωνιών του τετραπλεύρου είναι ίσο με 360°.

Αν σχεδιάσουμε κι άλλα τετράπλευρα και αθροίσουμε τις γωνίες τους, διαπιστώνουμε ότι όλα τα τετράπλευρα έχουν άθροισμα γωνιών 360°.

Απάντηση: Το άθροισμα των γωνιών του τετραπλεύρου είναι 360°.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

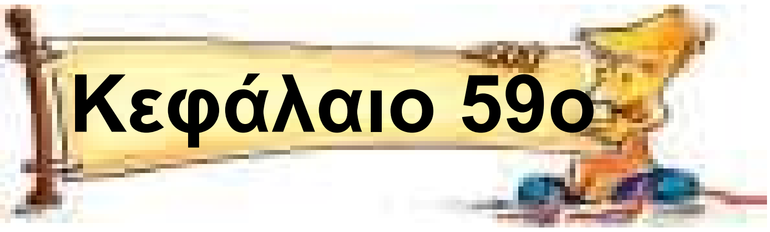
Στο κεφάλαιο αυτό μάθαμε να **σχεδιάζουμε γωνίες** με μοιρογνωμόνιο και να βρίσκουμε το **άθροισμα** και τη **διαφορά** γωνιών. Να αναφέρεις δικά σου παραδείγματα.

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

→ Μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα τρίγωνο με άθροισμα γωνιών 160°. ☐

→ Το άθροισμα των γωνιών οποιουδήποτε τετραπλεύρου είναι 360°. ☐

→ Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο η μία γωνία είναι αμβλεία. ☐



Μεγεθύνω - μικραίνω σχήματα

Έχω μεγάλα σχέδια!

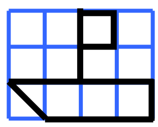
→ Μεταφέρω σχήματα σε μιλιμετρέ χαρτί.

→Μεγαλώνω και μικραίνω σχήματα.

→Σχεδιάζω με κλίμακα.

Δραστηριότητα 1η

• Να σχεδιάσεις στην επόμενη σελίδα στην αριστερή μεριά του μιλιμετρέ χαρτιού το διπλανό καραβάκι, του οποίου η βάση είναι ένα τετράπλευρο και πάνω του έχει ένα τετράγωνο για σημαία.



• Να σχεδιάσεις στη δεξιά μεριά ένα καραβάκι με διπλάσιες ή τριπλάσιες διαστάσεις.

• Εξήγησε τον τρόπο που εργάστηκες για να διπλασιάσεις ή να τριπλασιάσεις το σχήμα:

....

....

....

• Οι γωνίες του δεύτερου σχήματος τι σχέση έχουν με τις γωνίες του πρώτου σχήματος;

....

....

Δραστηριότητα 2η

Παρακάτω φαίνεται το σχέδιο μιας πισίνας κολυμβητηρίου.
Ο αρχιτέκτονας που έφτιαξε το σχέδιο γνώριζε ότι οι πραγματικές διαστάσεις της πισίνας θα είναι οι εξής:
μήκος 50 μ. και
πλάτος 30 μ.

- **Εξήγησε με ποιον τρόπο εργάστηκε ο αρχιτέκτονας για να μικρύνει τις πραγματικές διαστά-σεις ώστε να φτιάξει το σχέδιό του:**

………………………………………………………

………………………………………………………

- **Όπως είναι το σχέδιο, μπορεί ο κατασκευαστής να βρει ποιες είναι οι πραγματικές διαστάσεις για να κατασκευάσει την πισίνα;**

………………………………………………………

- Τι πρέπει να γράψει ο αρχιτέκτονας επάνω στο σχέδιο, ώστε να μπορεί ο καθένας να υπολογίσει τις πραγματικές διαστάσεις της πισίνας; ………………………………

…………………………………………

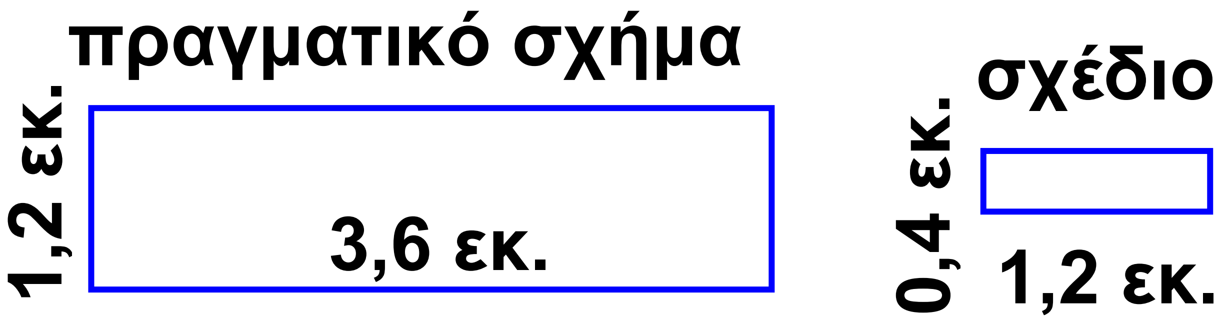
Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι, όταν μεταφέρουμε ένα σχήμα στο χαρτί, μπορούμε να διατηρήσουμε τις πραγματικές του διαστάσεις, μπορούμε όμως να το σχεδιάσουμε είτε μεγαλύτερο είτε μικρότερο απ' ότι είναι πραγματικά.

Μεγαλώνω ή μικραίνω σχήματα - Κλίμακα

Για να μεγεθύνουμε ή να μικρύνουμε ένα σχήμα πρέπει να κρατήσουμε την αναλογία, σύμφωνα με τη σχέση που θέλουμε να

έχει το σχέδιο μας με το πραγματικό σχήμα.
Κλίμακα ονομάζουμε το λόγο, δηλαδή τη σχέση, της απόστασης δύο σημείων του σχεδίου προς την πραγματική απόσταση. Γράφουμε πάντα την κλίμακα πάνω στο σχέδιο, με μορφή διαίρεσης ή κλάσματος.

Παραδείγματα



Κλίμακα 1:3

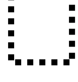
Εφαρμογή 1η

Στη χώρα των «Λιλιπούτειων» τα πάντα έχουν διαστάσεις 4 φορές μικρότερες σε σχέση με αυτά της

δικής μας χώρας. Χρησιμοποιείστε το γραμματόσημο που φαίνεται στην εικόνα, για να σχεδιάσετε ένα αντίστοιχο γραμματόσημο της χώρας των «Λιλιπούτειων».

Λύση:

Οι διαστάσεις του γραμματόσημου είναι μήκος 3,6 εκ. και πλάτος 3,2 εκ. Για να βρω τις διαστάσεις του «λιλιπούτειου» γραμματόσημου, μπορώ να διαιρέσω με το 4 ή να σχηματίσω την αναλογία. Διαιρώντας με το 4, βρίσκω ότι το μήκος θα γίνει 3,6 : 4 = 0,9 εκ. ενώ το πλάτος θα γίνει 3,2 : 4 = 0,8 εκ.



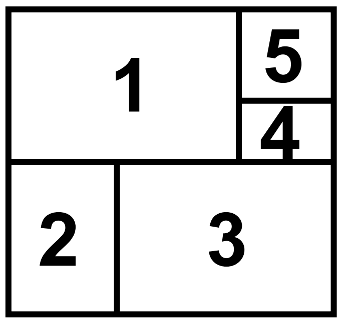
Αν θέλεις μπορείς να δοκιμάσεις εφαρμόζοντας και την αναλογία

$$\frac{\text{λιλιπούτειο μέγεθος}}{\text{ανθρώπινο μέγεθος}} = \frac{1}{4}$$

Απάντηση: Το «λιλιπούτειο» γραμματόσημο θα έχει μήκος 0,9 εκ. και πλάτος 0,8 εκ.

Εφαρμογή 2η

Χρησιμοποιείστε την κλίμακα του σχεδίου, για να υπολογίσετε τις πραγματικές διαστάσεις του υπνοδωματίου.



1. υπνοδωμάτιο
2. κουζίνα
3. σαλόνι
4. χωλ
5. μπάνιο

κλίμακα 1:100

Λύση:

Μετράμε τις διαστάσεις στο σχέδιο: πλάτος 3 εκ. και μήκος 2 εκ. Σύμφωνα με την κλίμακα, 1 εκατο-στό στο σχέδιο αντιπροσωπεύει

100 εκατοστά στην πραγματικό-τητα. Άρα το πλάτος είναι $3 \cdot 100 = 300$ εκατοστά ενώ το μήκος είναι $2 \cdot 100 = 200$ εκατοστά.

Απάντηση: Οι πραγματικές δια-στάσεις του υπνοδωματίου είναι: πλάτος 3 μέτρα και μήκος 2 μέτρα.

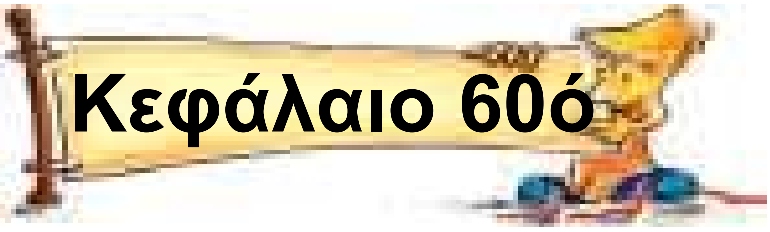
Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μάθαμε να **μεγαλώνουμε** και να **μικραίνουμε σχήματα** και να σχεδιάζουμε με **κλίμακα**. Να αναφέρεις παραδείγματα σχεδίων με κλίμακα.

Σημειώστε **Σ** αν είναι σωστές ή **Λ** αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

→ Για να σχεδιάσω κάτι με κλίμακα 1:1000, διαιρώ το πραγματικό μήκος δια 1.000. ☐

→ Όταν ένα σχέδιο έχει τριπλάσιες διαστάσεις από τις πραγματικές, για να υπολογίσω τις πραγματικές πολλαπλα-σιάζω με το 3. ☐



Αξονική συμμετρία

Αντανακλάσεις

➙ Αναγνωρίζω σχήματα με άξονα συμμετρίας.

➙ Βρίσκω τους άξονες συμμετρίας των σχημάτων.

➙ Σχεδιάζω σχήματα που είναι συμμετρικά ως προς άξονα.

Δραστηριότητα 1η

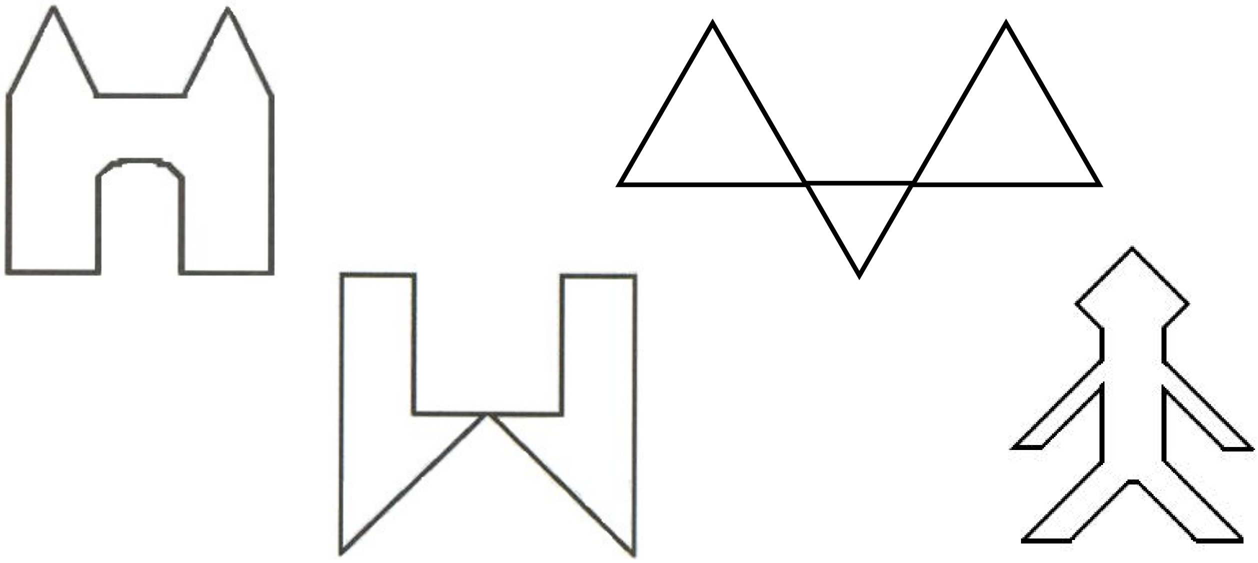
Οι εικόνες που βλέπεις έχουν όλες ένα κοινό χαρακτηριστικό.

- **Πώς ονομάζονται τα αντικείμενα ή τα σχέδια που έχουν αυτό το χαρακτηριστικό; ....**

...

- **Αντίγραψε τα παρακάτω σχέδια σε μιλιμετρέ χαρτί και δίπλωσέ τα ώστε το ένα μέρος να τοποθετηθεί πάνω στο άλλο.**



Τι παρατηρείς; ....

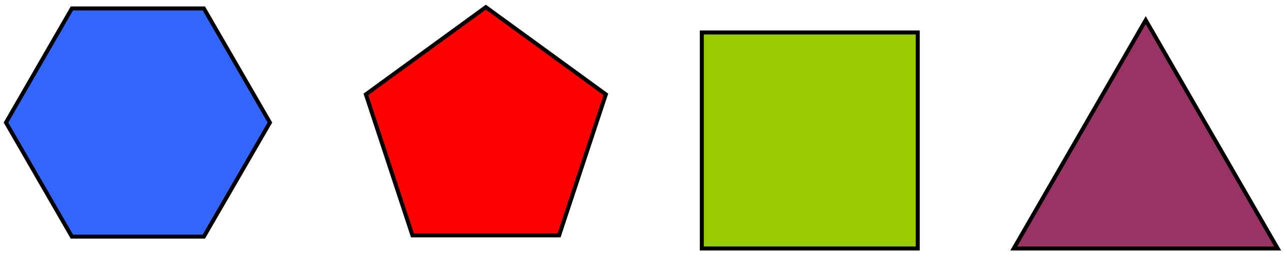
...

...

Δραστηριότητα 2η

- **Αντίγραψε τα παρακάτω σχήματα**

σε διαφανές χαρτί και κόψε το περίγραμμά τους.



- Προσπάθησε να τα διπλώσεις στη μέση, έτσι που τα δύο μέρη τους να συμπίπτουν.
- Υπάρχει μόνο ένας τρόπος να τα διπλώσεις; ....
....
- Σχεδίασε στα παραπάνω σχήματα όλα τα ευθύγραμμα τμήματα (χρησιμοποιώντας διαφορετικό χρώμα για καθένα) που ορίζουν οι διπλώσεις που έκανες.

Τι παρατηρείς; ....
....
....

• Σκέψου σε πόσες ευθείες θα μπορούσες να διπλώσεις έναν κύκλο

……………………………………………

• **Θα μπορούσες να διπλώσεις με τον ίδιο τρόπο ένα πλάγιο παραλληλόγραμμο;** …………………

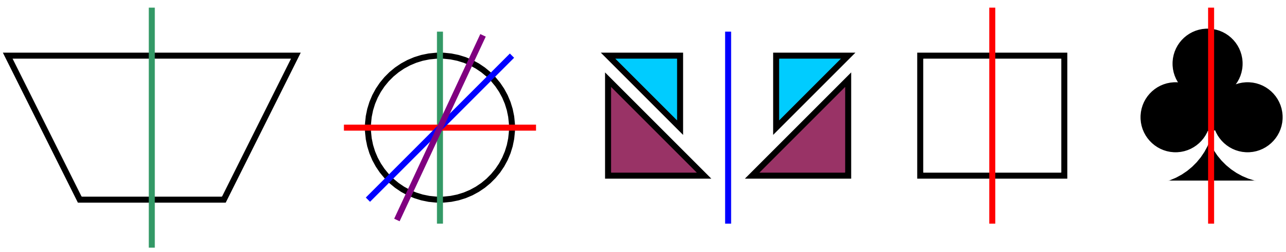
Από τα παραπάνω διαπιστώνουμε ότι γύρω μας, τόσο στη φύση όσο και στις ανθρώπινες κατασκευές, υπάρχουν σχήματα ή αντικείμενα που «αποτελούνται» από δύο όμοια τμήματα.

Αξονική συμμετρία

Όταν ένα σχήμα μπορεί να χωριστεί με μια ευθεία γραμμή σε δύο τμήματα, έτσι ώστε το ένα τμήμα να είναι η αντανάκλαση του άλλου, τότε το σχήμα αυτό είναι συμμετρικό ως προς άξονα συμμετρίας.

Η ευθεία γραμμή που χωρίζει το σχήμα αυτό στα δύο ονομάζεται **άξονας συμμετρίας**.
Ένα σχήμα μπορεί να έχει πολλούς άξονες συμμετρίας. Κάποια συμμετρικά σχήματα έχουν άξονα συμμετρίας που τα τέμνει, ενώ άλλα είναι συμμετρικά ως προς άξονα συμμετρίας που βρίσκεται έξω από αυτά.

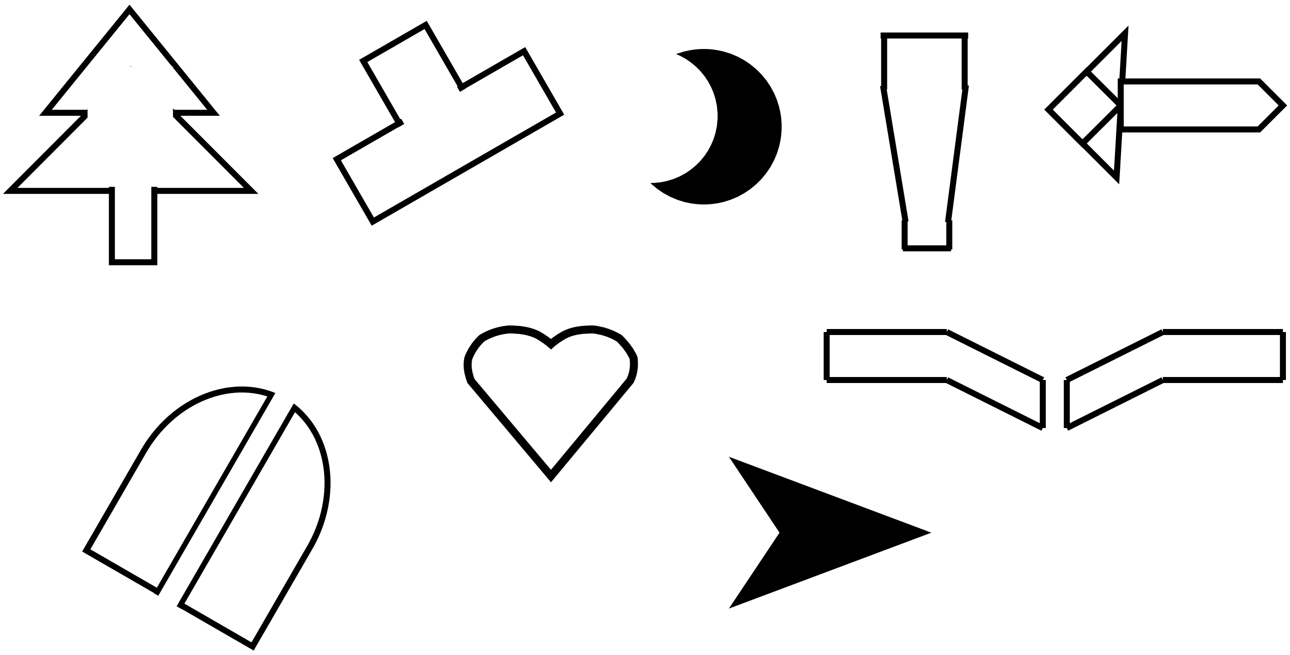
Παραδείγματα



Εφαρμογή 1η

Βρίσκω τον άξονα συμμετρίας

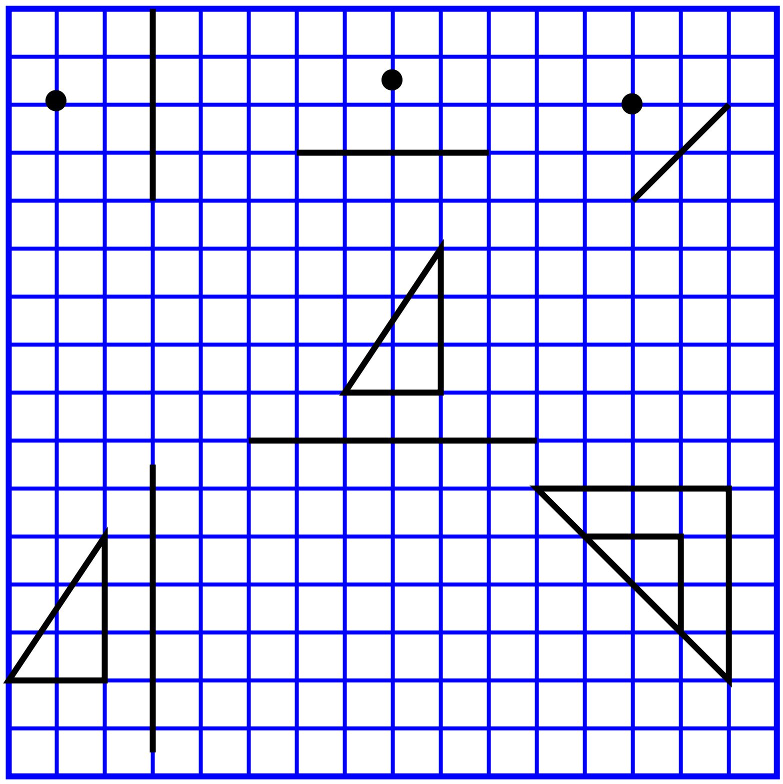
Στα παρακάτω σχήματα να χαράξεις με χρωματιστή γραμμή τον άξονα συμμετρίας.



Εφαρμογή 1η

Σχεδιάζω συμμετρικά σχήματα

Στο διπλανό μιλιμετρέ χαρτί να σχεδιάσεις τα συμμετρικά των σχημάτων ως προς τον άξονα συμμετρίας.



Λύση - Απάντηση: Αυτό που πρέπει να προσέξουμε στα συμμετρικά σχήματα είναι αν όλα τα σημεία του ενός μέρους είναι συμμετρικά με τα αντίστοιχα σημεία του άλλου (δηλαδή αν τραβώντας μια κάθετη γραμμή προς τον άξονα συμμετρίας απέχουν το ίδιο).

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **άξονας συμμετρίας και συμμετρικά σχήματα ως προς άξονα**. Να αναφέρεις παραδείγματα αντικειμένων ή σχημάτων συμμετρικών ως προς άξονα.

Σημειώστε Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- **Μόνο τα γεωμετρικά σχήματα έχουν άξονα συμμετρίας.** ☐
- **Ο άξονας συμμετρίας πάντα τέμνει ένα σχήμα.** ☐
- **Τα δύο μέρη ενός συμμετρικού σχήματος είναι μεταξύ τους ίσα.** ☐

Περιεχόμενα 5ου τόμου

5η Θεματική Ενότητα

(συνέχεια από τον 4ο τόμο)

6η Θεματική Ενότητα